

DIN EN 1993-1-1-konforme integrierte Stabilitätsanalysen für 2D/3D-Stahlkonstruktionen (Teil 2)

Dieser Aufsatz zeigt – als zweiter von drei Teilen – in den Abschnitten 8 bis 10 im Wesentlichen die Anwendung der so genannten Allgemeinen Methode von DIN EN 1993-1-1/ Abschnitt 6.3.4 zum Nachweis biegedrillknickgefährdeter Tragstrukturen auch im Vergleich zu der parallel benutzten Methode der Biegetorsionstheorie II. Ordnung mit Ansatz von Vorverformungen. Man erkennt an der Vielzahl der Beispiele leicht ihre Einfachheit, Wirtschaftlichkeit und vielfach auch ihre Überlegenheit gegenüber den bekannten konventionellen Methoden hinsichtlich der Aufteilung komplexer Stahlstrukturen in Einzelstäbe, um Biegedrillknicknachweise mit der Ersatzstabmethode oder der Biegetorsionstheorie II. Ordnung führen zu können. ConSteel – als integriertes Programmsystem für beliebige 2D- und 3D-Stahl- und Stahlverbundstrukturen – bietet die notwendige Softwarebasis, um die Parameter dieser Allgemeinen Methode zu berechnen und erledigt auch die diesbezüglichen Nachweise. In Abschnitt 7 wird als Ergänzung zu den Benchmarkbeispielen von Teil 1 [44] gezeigt, dass ConSteel auch bei Stäben mit starken kontinuierlichen Rotationsbetonungen korrekte Eigenwerte und insbesondere korrekte Eigenformen liefert, was bei Anwendung der Biegetorsionstheorie 2. Ordnung mit affinen Vorverformungen unbedingt notwendig ist. Abschnitt 11 als Abschluss dieses Teiles 2 leitet mit Untersuchungen der stabilisierenden Wirkung von 3D-Verbänden zu Teil 3 über (erscheint voraussichtlich in Stahlbau Heft 5/2014), wo komplexere 3D-Strukturen (z. B. Stahlhallen) insbesondere hinsichtlich der Wirkung von Exzentrizitäten der Anschlüsse und der räumlichen Interaktionen der Substrukturen bei den Stabilitätsnachweisen behandelt werden.

DIN EN 1993-1-1 based integrated stability analysis of 2D/3D steel structures (part 2).

This paper – as the second of a series of three parts – presents within chapters 8 until 10 the benefits of the “General Method” (DIN EN 1993-1-1/clause 6.3.4) with regard to steel structures, which are vulnerable towards 3D-lateral bending and torsional instabilities. The concurrent method of theory 2nd order including the warping and using initial deformations (either as initial bows or as eigenshape equivalent) is also applied for comparison. Various examples illustrate their easiness of application as well as its profitability and mostly superiority versus the well known conventional methods of subdividing complex steel structures into small substructures (mostly single members) to check the lateral torsional buckling behavior. ConSteel -developed as an integrated system for optional 2D and 3D steel and composite structures- offers the necessary software base to compute all parameters and additionally to perform the required checks of the „General Method“. Chapter 7 complements the benchmark examples from the first part [44], i.e. ConSteel even computes correctly the eigenshapes of members with continuous high rotational spring support. This is particularly required with application of theory 2nd order including the warping using equivalent initial deformations. Chapter 11 concludes this second part with studies of stabilizing effects of 3D-bracings. Investigations into the 3D stability calculation and checks will become main focus of the third part (presumably presented in STAHLBAU 5/2014). This last part will deal with more complex 3D structures (e.g. industrial buildings) particularly concerning impacts of eccentricities of loading, connections, supports and the spatial interaction of sub-structures under stability checks.

7 Eigenformen und ihre Bedeutung

7.1 Ermittlung von Eigenformen

Während die Algorithmen zur Berechnung von Eigenwerten homogener

Gleichungssysteme sehr robust sind, können bei der Ermittlung der zugehörigen Eigenformen numerische Probleme auftauchen. Je nach mathematischer Lösungsstrategie (häufig

Iterationsalgorithmen) können z. B. aufgrund von Konvergenzproblemen oder numerischen Entkopplungen von Teilsystemen in der Steifigkeitsmatrix [44, Abschnitt 4] falsche Eigenformen berechnet werden. Dies kann zu schwerwiegenden Fehlern bei Nachweisen mit der Imperfektionsmethode unter Verwendung von affin zur (falschen) Eigenform verlaufenden Ersatzimperfektionen führen.

7.2 Kontinuierlich drehgebeteter Balken (Beispiel 6)

Die Robustheit von ConSteel bei der Eigenformermittlung wird hier an einem symmetrischen System mit symmetrischer Beanspruchung und kontinuierlicher Torsionsaussteifung überprüft. Es ist theoretisch abgesichert, dass nur symmetrische und antisymmetrische Eigenformen entstehen können. Das Testbeispiel (Bild 12a) findet sich in [38] und [5]. Es wird gezeigt, dass bereits bei kleinen (baupraktisch realisierbaren) Drehbetonungen ($c_{xx} \equiv c_{\varnothing} = 10 \text{ kNm/m}$) Programme (dort als XY bezeichnet) Schwierigkeiten haben, die Eigenformen korrekt zu berechnen, obwohl die Eigenwerte (dort η_{ki}) mit guter Genauigkeit berechnet sind. Bei großen Drehbetonungen ($c_{xx} \equiv c_{\varnothing} = 200 \text{ kNm/m}$) scheiterten allerdings sowohl KSTAB als auch ABAQUS bei guter Übereinstimmung der Eigenwerte. Bei den mitgeteilten Eigenwerten η_{ki} ist zu beachten, dass sie mit 10 % reduzierten Trägereigensteifigkeiten berechnet wurden. Da die Drehbetonungen der Berechnungen mit KSTAB und ConSteel gleich sind, ergeben sich zwischen η_{ki} und der mit ConSteel berechneten α_{cr} Unterschiede von weniger als 10 %. Tabelle 9 zeigt, dass für ConSteel eine große Anzahl von Elementen notwen-

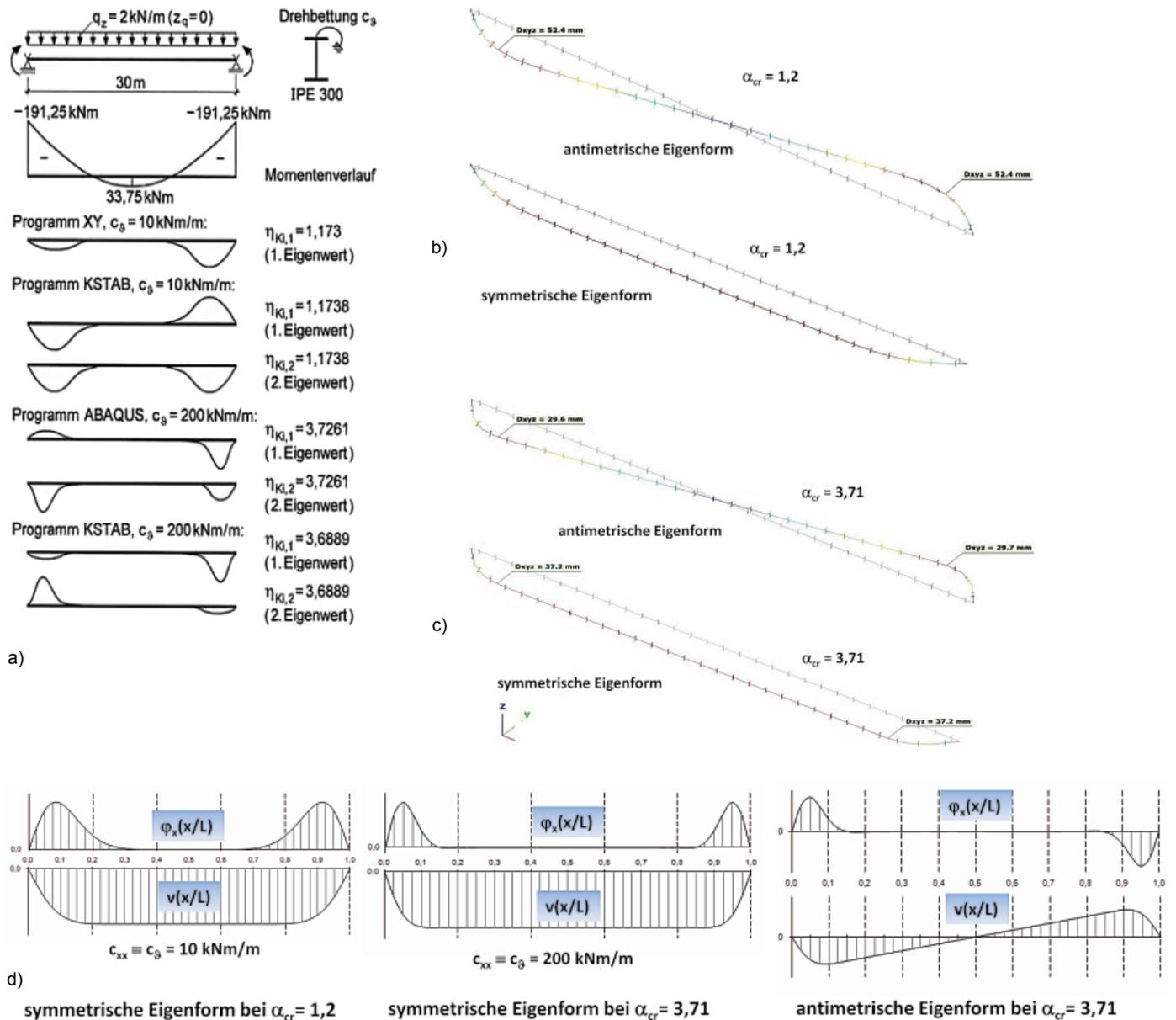


Bild 12. Eigenwerte und Eigenformen eines Balkens mit kontinuierlicher Rotationsfeder; a) Ergebnisse diverser Programme nach [38], b) ConSteel-Ergebnisse bei Rotationsbettung $c_{xx} = c_\phi = 10 \text{ kNm/m}$, c) ConSteel-Ergebnisse bei Rotationsbettung $c_{xx} = c_\phi = 200 \text{ kNm/m}$, d) Komponenten $v(x)$ und $\phi(x)$ der Eigenformen bei unterschiedlichen Rotationsbettungen
 Fig. 12. Eigenvalues and buckling modes of the beam with continuous rotational support; a) results of different software according [38], b) ConSteel results with the rotational stiffness $c_{xx} = c_\phi = 10 \text{ kNm/m}$, c) ConSteel results with the rotational stiffness $c_{xx} = c_\phi = 200 \text{ kNm/m}$, d) Components $v(x)$ and $\phi(x)$ of the buckling modes with different the rotational stiffnesses

Tabelle 9. Untersuchungen der Elementierung zur Eigenwertkonvergenz
 Table 9. Influence of the numbers of elements on the convergence of the eigenvalues

Eigenwerte		$\alpha_{cr,op}$	
		$c_{xx} \text{ [kNm/m]}$	
		10	200
Con Steel	n = 4	0,71	0,74
	n = 8	1,16	1,63
	n = 16	1,20	3,54
	n = 32	1,20	3,71

dig ist, um die Eigenwerte torsionsversteifte Träger korrekt zu berechnen. Allerdings liegen aus [5], [38] keine Informationen über die Anzahl der dort benutzten finiten Elemente vor.

In den Bildern 12b und 12c sind 3D-Drahtgittermodelle der mit ConSteel berechneten räumlichen Eigenformen dargestellt. Bild 12d zeigt die getrennte numerische Auswertung der Seitenverformungen $v(x)$ und der Stabverdrehungen $\phi_x(x)$. Offensichtlich verhindert die Drehbettung c_{xx} im mittleren Bereich des Trägers die Verdrehung vollständig. Dieser Bereich ohne Ver-

drehungen vergrößert sich mit wachsender Drehbettung. Alle Eigenformen werden korrekt, also symmetrisch bzw. antisymmetrisch bei doppeltem Eigenwert α_{cr} berechnet, was die Eignung von ConSteel für Biegetorsionsberechnungen an schwach verformten torsionsversteiften Systemen mit Einsatz von affinen Vorverformungen nachweist.

8 Träger mit starren seitlichen Zwischenstützen (Beispiel 7)

In [39] werden beidseitig gabelgelagerte Einfeldträger mit dem Profil IPE

500 auf Biegedrillknickversagen unter kombinierter Beanspruchung $N \oplus M_y$ analysiert. Die Träger sind mit punktuell starren, seitlichen Zwischenlagern stabilisiert. Drei unterschiedliche Stützungen werden dort untersucht: (1) ein Lager in Höhe der Schwerachse, (2) je ein Lager an Ober- und Untergurt und (3) nur Druckgurtlagerung. Da Verbände meistens am Obergurt ansetzen, ist Fall (3) der baupraktisch interessanteste und zugleich der schwierigste, um ihn genau zu berechnen oder einer vereinfachten Nachweismethode gegen Biegedrillknicken zugänglich zu machen. Im Folgenden wird daher nur diese Stabilisierung behandelt, wobei drei unterschiedlich gelagerte Systeme (Bild 13) analysiert und die Ergebnisse verschiedener Traglastberechnungen verglichen werden ($\psi = M_R/M_L$):

- System 1: mit einer starren seitlichen Druckgurthalterung und der Biegeschlankheit $\lambda_z = 2,0$; die Beanspruchungen sind konstante Druckkraft N und konstantes Moment ($\psi = 1$)
- System 2: mit einer starren seitlichen Druckgurthalterung und der Biegeschlankheit $\lambda_z = 2,0$; die Beanspruchungen sind konstante Druckkraft N und linear verlaufendes Moment ($\psi = 0$)
- System 3: mit zwei starren seitlichen Druckgurthalterungen in den Drittelpunkten der Längsachse und der Biegeschlankheit $\lambda_z = 3,0$;

die Beanspruchungen sind konstante Druckkraft N und linear verlaufendes Moment ($\psi = 0$)

Bei numerischen Stabilitätsberechnungen komplexerer Systeme ist es ratsam, zunächst die elastischen Eigenverformungen (Eigenformen) zu analysieren. Bei zentralem Druck stellt sich trotz seitlicher Obergurthalterung(en) typischerweise eine einwellige aus Querverformungen und Verdrehungen kombinierte Eigenfunktion (Bild 14a) ein. Bei reiner Biegung entstehen zwei Wellen bei einer seitlichen Druckgurthalterung (Systeme 1 und 2/Bild 14b) bzw. 3 Wellen, wenn zwei seitliche Halterungen vorhanden sind (System 3/Bild 14c).

Es ist hier besonders zu betonen, dass sich sowohl die kritischen Wellenlängen als auch die Bereiche der gedrückten Flansche beider Einzelversagensformen komplett unterscheiden. Im Interaktionsfall (also bei gemischter Beanspruchung $N \oplus M$) wird jetzt der untere Flansch, der bei reiner Normkraftbeanspruchung gedrückt ist (Bild 14a), mit Zugkraft aus dem Biegemoment überlagert. Je nach den Verhältnissen zwischen N und M_y hat das Biegemoment eine mehr oder weniger ausgeprägte stabilisierende Wirkung auf das Tragverhalten des Biegedrillknickens. Bild 15 zeigt dieses Interaktionsverhalten am Beispiel des Systems 3. Man erkennt, dass sich die kritische Normkraft N_{cr} mit wach-

sendem Moment von ca. 1050 kN (bei reiner Druckkraftbeanspruchung) auf ca. 1900 kN fast verdoppelt, weil das Moment bis etwa zur Hälfte des kritischen Momentes $M_{cr} \approx 1150$ kNm der reinen Biegebeanspruchung zur Stabilisierung des Systems beiträgt. Bei geringeren Normalkräften als im Interaktionsmaximum dominiert die Normkraft die Versagensform des Biegedrillknickens (einwellige Versagensform), während sich mit dominierendem Moment oberhalb des Interaktionsmaximums mit großen Druckkräften im oberen Flansch eine dreiwellige Versagensform einstellt.

Nach [39] und auch [1] darf die klassische Ersatzstabmethode nach Abschnitt 6.3.3 der DIN EN 1993-1-1 auch für seitlich ausgesteifte Systeme angewendet werden, obwohl die auftretenden gemischten Eigenformen nicht mit den Eigenformen der reinen Druck- oder Biegebeanspruchung vergleichbar sind. Die Allgemeine Methode nach Abschnitt 6.3.4 der DIN EN 1993-1-1 berücksichtigt dagegen bei gemischter Beanspruchung $N \oplus M$ die kombinierten Eigenformen und die dazu gehörigen natürlichen Eigenwerte $\alpha_{cr,op}$ als Basis des Stabilitätsnachweises, der automatisch das Biegedrillknickversagen (mit oder ohne

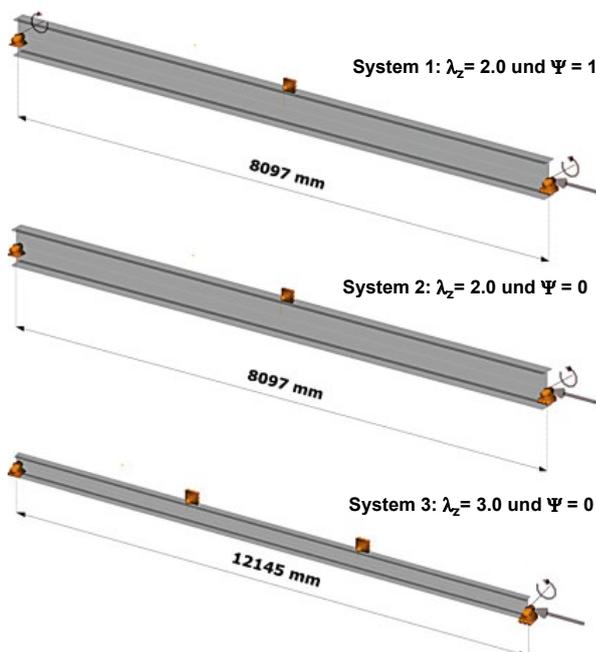


Bild 13. Die untersuchten Systeme mit Profilen IPE500
Fig. 13. The examined cases of IPE500 beams

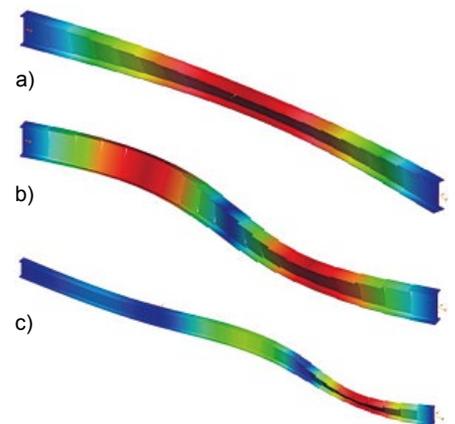


Bild 14. Räumliche Eigenformen der am Obergurt seitlich starr ausgesteiften Systeme, a) bei reiner Druckbeanspruchung, b) bei reiner Biegebeanspruchung mit einem Zwischenlager, c) bei reiner Biegebeanspruchung mit zwei Zwischenlagern
Fig. 14. The buckling shapes, a) for pure compression, b) for pure bending with one intermediate lateral restraint at the upper flange, c) for pure bending with two lateral intermediate restraints at the upper flange

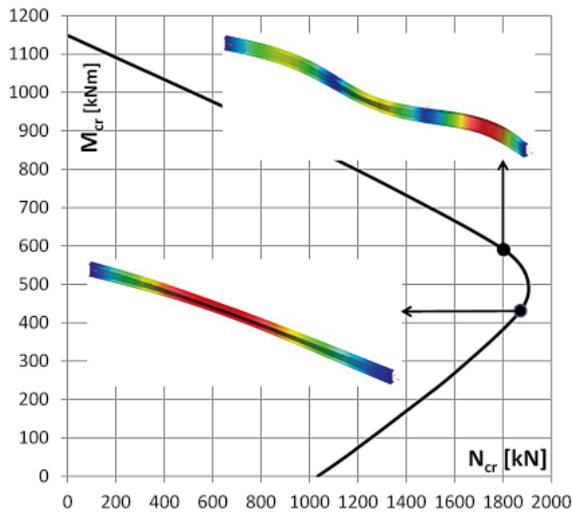


Bild 15. Die kritischen Lasten des Systems 3 bei Interaktion von Druckkraft- und Biegebeanspruchung
 Fig. 15. The elastic critical loads of system 3 with interaction of compression and bending

Normalkraft) und als Sonderfall auch das reine Knickversagen enthält.

In [39] werden mit einer GMNIA (Geometrisch und Materiellen Nichtlinearen Imperfektionsanalyse) berechnete Traglasten mit den Nachweisergebnissen nach Abschnitt 6.3.3 der DIN EN 1993-1-1 unter Anwendung

der Methode 2 des Anhangs B vergleichen. Diese Vergleiche sind in den Bildern 16a bis 16c (entnommen aus [39]) als Interaktionsdiagramme enthalten. Zusätzlich sind jetzt in die Bilder die mit ConSteel berechneten Traglasten nach Abschnitt 6.3.4(4)a und 6.3.4(4)b als benachbarte (rote

und blaue) Kurven eingezeichnet. Die Ergebnisse der Allgemeinen Methode sind mit dem minimalen Abminderungsfaktor nach Abschnitt 6.3.4.(4) a) (→ Abschnitt 6.3, Formel (22) dieses Aufsatzes) und mit interpolierten Abminderungsfaktoren nach Abschnitt 6.3.4.(4) b) (→ Abschnitt 6.3, Formel (23)) berechnet.

Die extrem konservativen Ergebnisse des klassischen Ersatzstabnachweises nach Abschnitt 6.3.3/DIN EN 1993-1-1 sind in den Diagrammen als gestrichelte schwarze Linien dargestellt. Die fast geradlinig verlaufenden Traglasten der Methode 2 des Anhang B liefern nicht annähernd mit den GMNIA-Traglasten übereinstimmende Ergebnisse. Besonders extreme Unterschiede stellen sich bei System 3 (Bild 16c) ein, wo sich im mittleren Diagrammbereich nur etwa die Hälfte der wahren Traglasten ergeben. Dagegen zeigt sich eindrucksvoll, dass die Allgemeine Methode die genauen Werte sehr gut approximiert und ins-

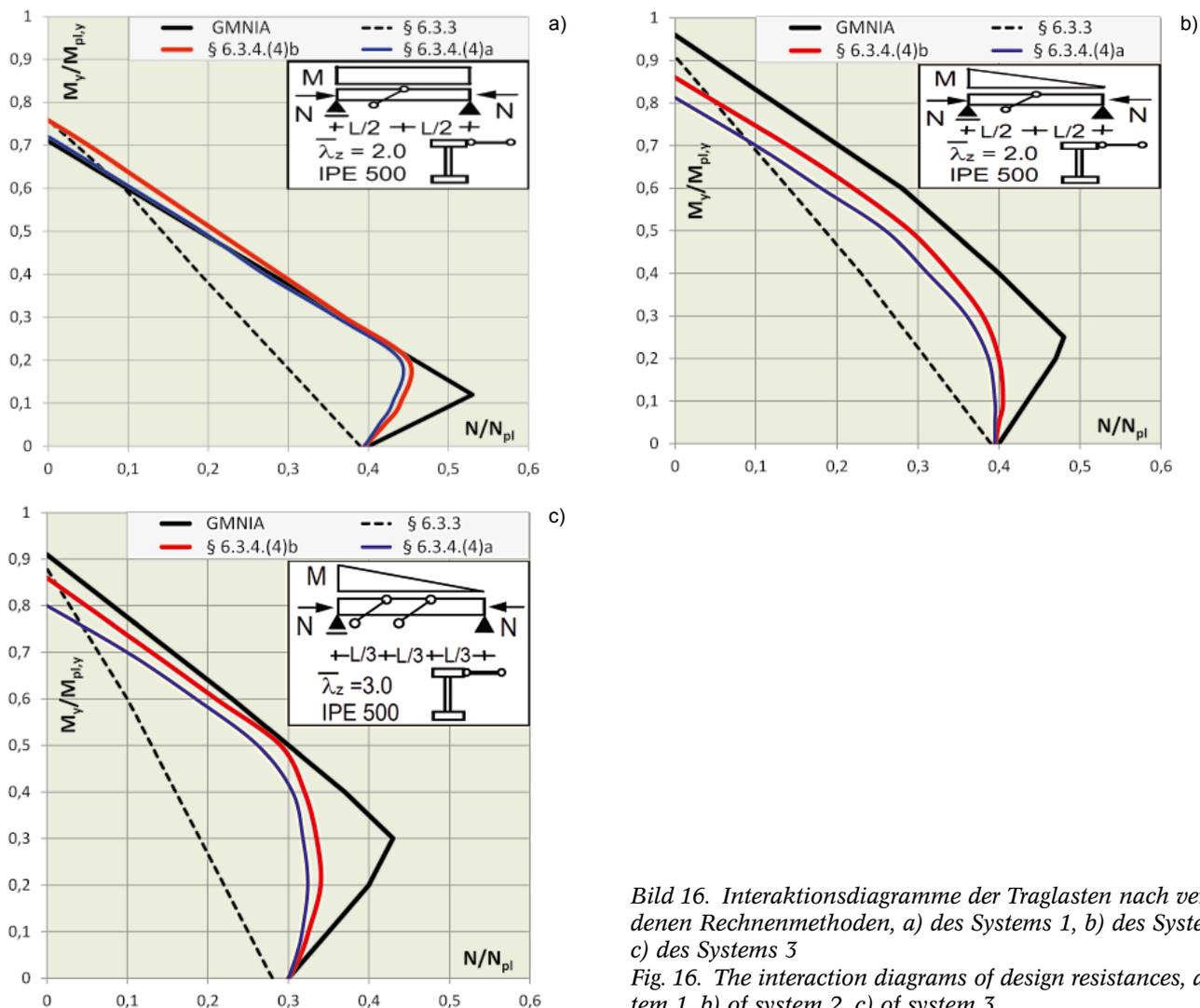


Bild 16. Interaktionsdiagramme der Traglasten nach verschiedenen Rechenmethoden, a) des Systems 1, b) des Systems 2, c) des Systems 3
 Fig. 16. The interaction diagrams of design resistances, a) of system 1, b) of system 2, c) of system 3

9 Seitlich verschieblicher Zweigelenrahmen (Beispiel 8)

Das in Bild 17 dargestellte ebene System ist ein seitlich verschieblicher Zweigelenrahmen aus Abschnitt 11.5 von [34], der in diesem Abschnitt auf verschiedene Arten berechnet und nachgewiesen wird. Bei den Nachweisen beschränken wir uns – wie auch in [34] – auf die maßgebenden Einwirkungskombinationen mit Wind auf die Trauf- und Giebelwände.

9.1 Strukturmodell

Der komplette Rahmen inklusive der Rahmenecken ist mit ConSteel modelliert. Die Konstruktion der Rahmenecke mit Horizontalsteifen sowie die Modellierung der 2 m langen Voute ist Bild 18 zu entnehmen. Die Rahmenecke wird als starr angenommen. Die Voute besteht aus einem coupitierten IPE 400 mit der Maximalhöhe von 365 mm [34]. Die Halle besitzt eine 1 m hohe Attika, deren Windeinwirkungen auf die Traufwände durch Einzelkräfte an den beiden Rahmenecken berücksichtigt werden.

9.2 Einwirkungen

Bild 19 zeigt die vier für den Rahmen wichtigen Einzeleinwirkungen: Eigengewicht des Daches (Bild 19a), Schnee voll (Bild 19b), Wind auf die Traufe von links (Bild 19c) und Wind auf die Giebelwand (Bild 19d). Die vier un-

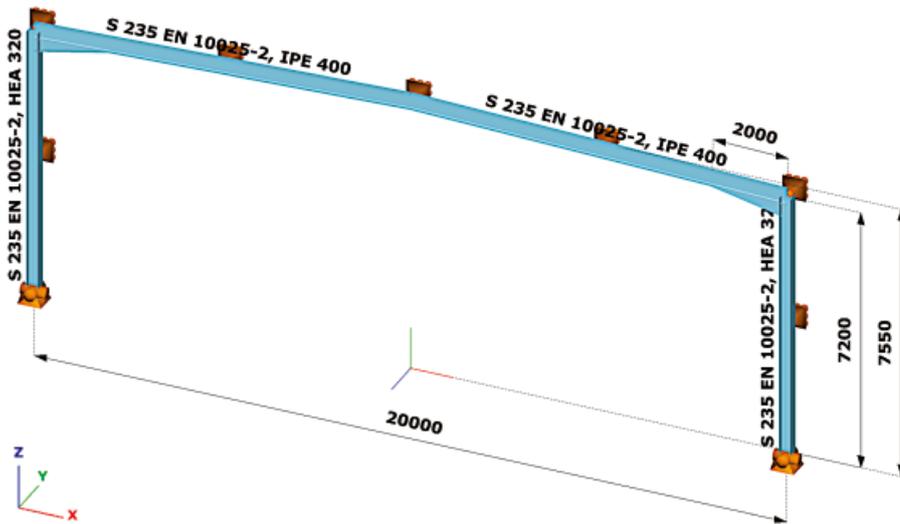


Bild 17. Seitlich verschieblicher Zweigelenrahmen nach [34, Bild 11.24]
 Fig. 17. In-plane structural model of the framework [34, Fig. 11.24]

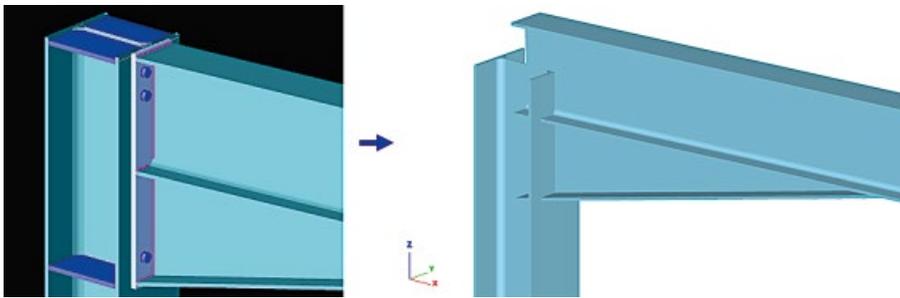


Bild 18. Konstruktion und Modell der Rahmenecke mit Riegelvoute von ConSteel
 Fig. 18. Construction and structural model of the beam-column joint modelled by ConSteel

besondere auch den „Traglastbauch“ einigermaßen gut nachbilden kann. Besonders sei hier darauf hingewiesen, dass sich mit der Allgemeinen Methode sichere Traglasten ergeben

und die im deutschen nationalen Anhang befindliche Einschränkung, nur die Methode 6.3.4.(4)a verwenden zu dürfen, nicht gerechtfertigt und unwirtschaftlich ist!

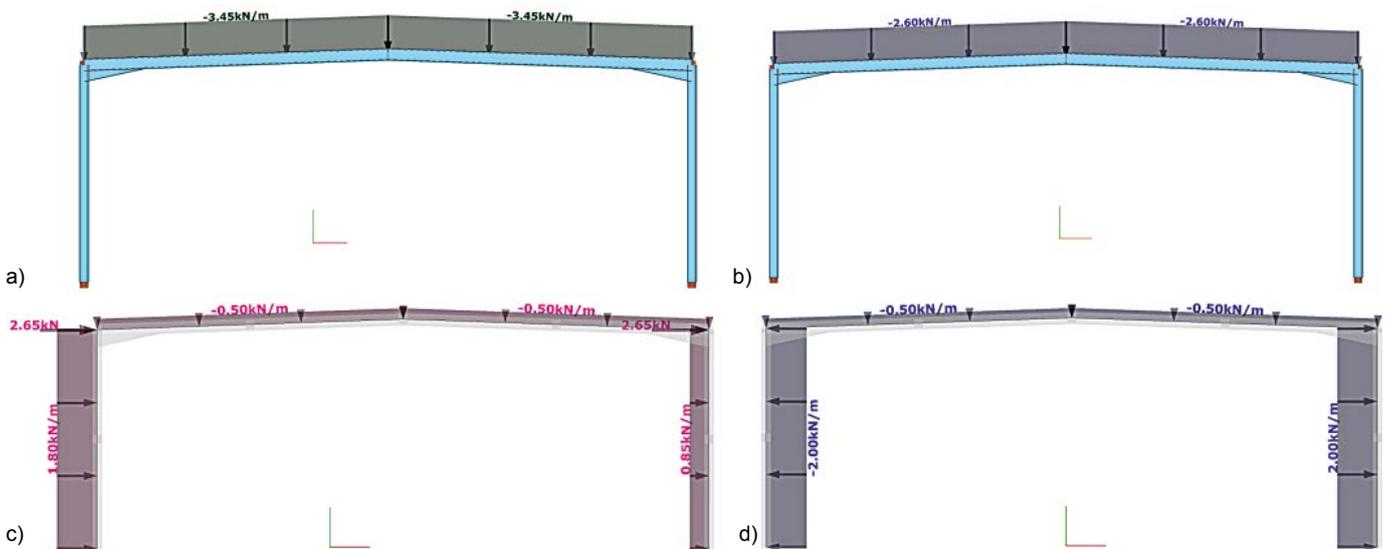


Bild 19. Dominierende Einwirkungen des Rahmens, a) Eigenlasten des Daches, b) Schneelast voll, c) Wind auf Traufwand (ohne Dachsg), d) Wind auf Giebelwand
 Fig. 19. Dominant load cases of the frame, a) dead load of the roof, b) full snow load, c) cross wind (w/o upwind-parts), d) longitudinal wind

Tabelle 10. Einwirkungskombinationen
Table 10. Design load combinations

Name	Grenzzustand	Eigenlast	Total Schnee	Seitenwind	Lang Wind
Lastfall-Kombination-1	(GZT) Tragfähigkeit	1,35	1,5	0	0,9
Lastfall-Kombination-2	(GZT) Tragfähigkeit	1,35	1,5	0,9	0
Lastfall-Kombination-3	(GZT) Tragfähigkeit	1,35	0,75	0	1,5
Lastfall-Kombination-4	(GZT) Tragfähigkeit	1,35	0,75	1,5	0

Tabelle 11. Beanspruchungen nach [34] und mit ConSteel (CS) berechnet
Table 11. Governing design forces acc. [34] and computed by ConSteel (CS)

Knoten	Einwirkungskombinationen		M _y in kNm		V _z in kN		N in kN	
	[34]	CS	[34]	CS	[34]	CS	[34]	CS
4 – Firstpunkt	1	1	184,5	190,9	0,8	1,01	-30,1	-28,8
6 – Rahmenecke	2	2	305,7	307,4	39,6	39,3	-95,3	95,3
6 – Riegelanschnitt	2	2	291,0	301,3	94,3	94,0	-37,7	40,2
5 – Voutenbeginn	4	4	149,7	151,2	66,4	66,8	-34,5	-33,9

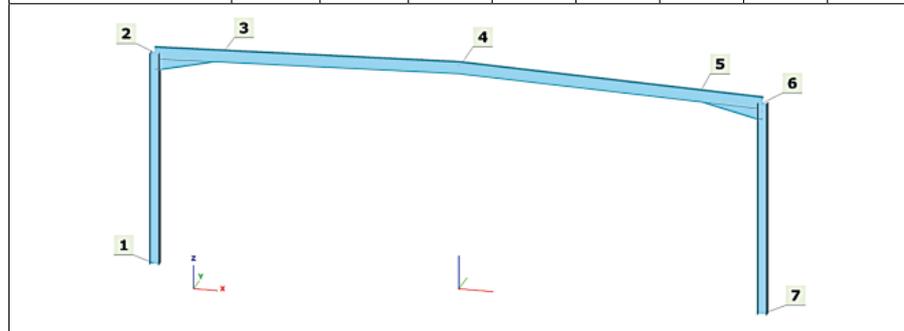


Tabelle 12. Plastische Querschnittsausnutzungen nach [34] und mit ConSteel (CS) berechnet

Table 12. Utilization of cross-sectional resistances acc. [34] and computed by ConSteel (CS)

Knoten	Ausnutzung in %					
	M _y in kNm		V _z in kN		N in kN	
	[34]	CS	[34]	CS	[34]	CS
4 – Firstpunkt	66,1	68,4	n	n	n	n
6 – Rahmenecke	88,2	88,4	n	n	n	n
5 – Voutenbeginn	53,6	54,2	n	n	n	n

n bedeutet: vernachlässigbar klein

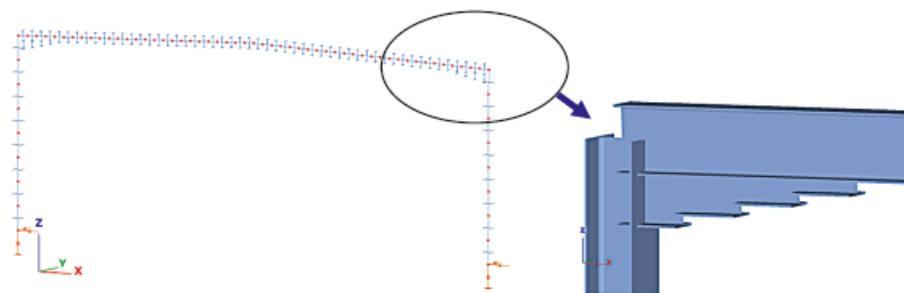


Bild 20. Von ConSteel automatisch erzeugte Elementierung mit Balkenelementen
Fig. 20. Automatically generated 14-DOF beam-column FE-model

tersuchten Einwirkungskombinationen sind in Tabelle 10 aufgeführt. Die Rahmenstützen erhalten eine Anfangsschiefstellung von $\phi = 1/310$.

9.3 Finites Element-Modell

Bild 20 zeigt die automatisch von ConSteel erstellte finite Elementierung aus Balkenelementen mit 2×7 Freiheitsgraden (s. Abschnitt 3). Die Vouten sind in je vier bereichsweise gleich hohe Elemente unterteilt. Auf der sicheren Seite liegend wird die jeweils niedrige Elementhöhe des entsprechenden Voutensegmentes benutzt.

9.4 Beanspruchungen des Rahmens

Die wichtigsten Werte der mit ConSteel (CS) am gering verformten System (Th. II. O.) berechneten Schnittgrößen sind in Tabelle 11 zusammengefasst und den Werten aus Tabelle 11.1 von [34] gegenübergestellt. Es gibt bei den dominierenden Momenten M_y nur geringe Unterschiede bis 4,3 % am Knoten 6. Aus [34] wird aber nicht ersichtlich, ob und wie die Vouten bei der Schnittgrößenberechnung berücksichtigt wurden.

9.5 Querschnittsnachweise

Die berechneten Ausnutzungen der Querschnitte sind in Bild 21 dargestellt und mit den Werten aus [34] in Tabelle 12 verglichen. Die marginalen Unterschiede erklären sich durch geringe Differenzen der Momente M_y , der Berücksichtigung der Voutengeometrie und der unterschiedlichen Nachweisformate. Bei ConSteel werden die Ausnutzungen des Querschnitts mit der konservativen linearen plastischen Interaktion und bei FE-STAB mit dem Teilschnittgrößen-Verfahren nach Kindmann gerechnet. Natürlich könnten die Ergebnisse von ConSteel durch eine Verfeinerung der Elementierung im Voutenbereich präzisiert werden.

9.6 Stabilitätsnachweise

9.6.1 Allgemeines

Die aktuelle Nachweispraxis komplexerer Stahlstrukturen mit dünnwandigen offenen Querschnitten kennzeichnet sich zur Zeit dadurch, dass die Beanspruchungen meistens an ebenen (Teil-)Strukturen nach der Theorie kleiner

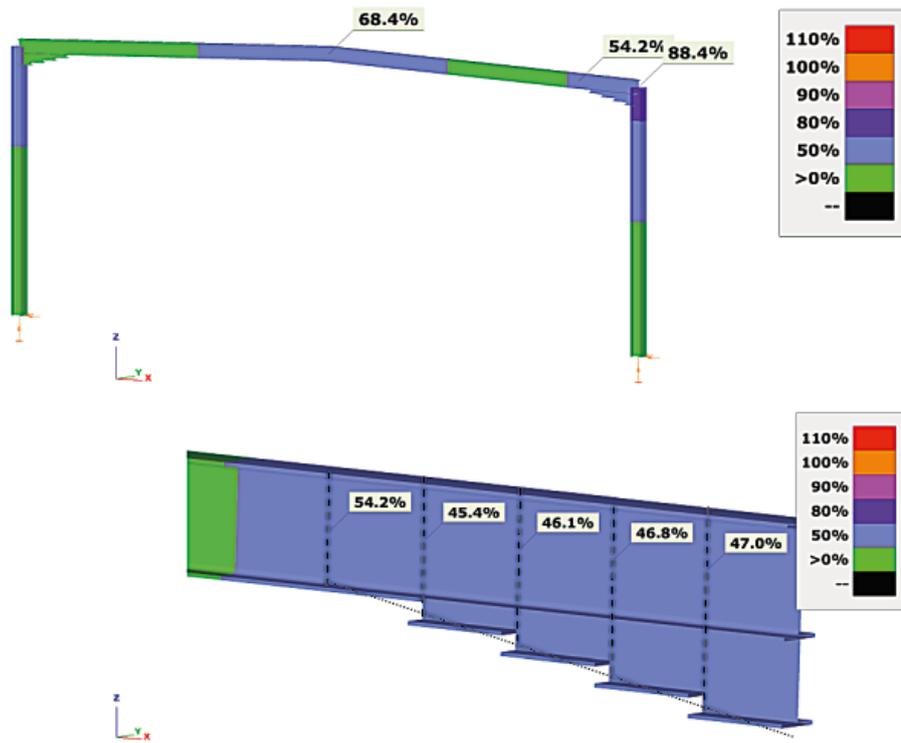


Bild 21. Mit ConSteel berechnete plastische Querschnittsausnutzungen, a) im gesamten Rahmen, b) im Voutenbereich

Fig. 22. Plastic cross-sectional resistances computed by ConSteel, a) resistances along the frame, b) resistances at the haunch sections

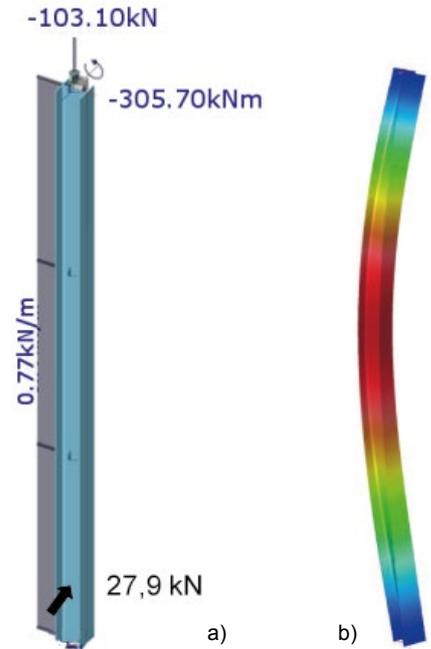


Bild 22. a) Teilmodellstütze; b) von ConSteel berechnete (maßgebende) Eigenform des Biegedrillknickens
Fig. 21. a) Equivalent column model; b) elastic buckling shape computed by ConSteel

Verformungen berechnet werden (s. Abschnitt 9.4), wobei bei den meisten kommerziellen Programmen in der Regel nur finite Elemente mit 12 Verformungsfreiheitsgraden (ohne Wölbkrafttorsion) zur Verfügung stehen. Dagegen sind für Stahlstrukturen mit dünnwandigen offenen Querschnitten die Stabilitätsanalysen bei Verformungen aus der Ebene nur mit speziellen finiten Elementprogrammen (mit Wölbkrafttorsion) machbar. Die meisten dieser speziellen Programme sind aber nur sehr beschränkt einsetzbar.

Die traditionelle und bis heute gängige Methode (speziell für Biegedrillknicknachweise) liegt daher in einer weiteren Zerlegung der Stahlstruktur in noch kleinere Substrukturen, die i. A. beidseitig gabelgelagerte Einfeldträger (eventuell mit Wölbfedern an den Trägerenden) sind. So wird durchgängig in [34] und [35] verfahren, wobei dort KSTAB/FE-STAB [P5] oder DRILL [P4] zum Einsatz kommen. Im Folgenden werden diese so genannten Ersatzstabnachweise und Berechnungen mit der Biegetorsionstheorie 2. Ordnung auch mit ConSteel geführt und mit den Möglichkeiten der Allgemeinen Methode (s. Abschnitt 6) verglichen, die den

Biegedrillknicknachweis sowohl an Teilstrukturen als auch am kompletten Rahmen ermöglicht.

9.6.2 Nachweise der Teilsysteme 9.6.2.1 Rechte Rahmenstütze

Bild 22a zeigt die rechte Stütze des Rahmens als mit ConSteel modelliertes isoliertes Teilmodell. Am Kopf wirken die Rahmenschnittgrößen (die Normalkraft vergrößert durch das Stabeingengewicht) und die Stütze erhält die Windsofkraft $w_d = 0,77 \text{ kN/m}$. 15 cm oberhalb des Stützenfußes wirkt eine Einzelkraft $F_y = 27,9 \text{ kN}$ infolge einer Diagonalaussteifung in der Traufwand. Weiterhin wird eine seitliche Vorverformung $v_0(x)$ mit dem Stich $L/200$ nach DIN EN 1993-1-1/NA angesetzt.

Tabelle 13 vergleicht im oberen Teil die zum Nachweis wichtigen Parameter (Schnittgrößen II. Ordnung und kritische Laststeigerungsfaktoren $\alpha_{cr,op}$) und unten die Resultate der Biegedrillknicknachweise in Form der Nachweisausnutzungen E_d/R_d . Maßgebend ist der Biegedrillknicknachweis, weil die zu $\alpha_{cr,op}$ gehörende Eigenform neben dem seitlichen Ausweichen Querschnittsverdrehungen besitzt (Bild 22b).

Man erkennt, dass sowohl $\alpha_{cr,op}$ als auch M_y praktisch identisch sind. Die in der Tabelle gelb unterlegten Differenzen von 26 % bei M_z und 2,6 % bei dem Bimoment B entstehen durch unterschiedliche Verläufe der Vorverformungen $v_0(x)$. Durch eigene Vergleichsrechnungen mit FE-STAB konnte festgestellt werden, dass die Stütze in [34, Bild 11.28] mit einer sinusförmigen Vorverformung gerechnet wurde, während ConSteel eine Parabel verwendet.

Die größten Ausnutzungen E_d/R_d der drei verglichenen Nachweismethoden sind am Stützenkopf ($M_y = -103,1 \text{ kNm}$, $N = -103,1 \text{ kN}$, $M_z = B = 0$). Bei der Imperfektionsmethode ergibt sich die grün unterlegte Abweichung von 3,9 %, die nur durch die unterschiedlichen plastischen Nachweisformate entstehen. Die Ersatzstabmethode mit Reduktionsfaktoren nach DIN EN 1993-1-1/6.3.3 liefert praktisch identische Ergebnisse beider Programme. Mit Vernachlässigung der Kraft F_y in der Nähe des Stützenfußes, die nur geringe (nicht nachweisrelevante) zusätzliche Momente M_z liefert, ergibt ConSteel bei Anwendung der Allgemeinen Methode die blau unterlegte Ausnutzung

Tabelle 13. Nachweisparameter, Schnittgrößen (Th. II. O.) und Stabilitätsnachweise der Stütze

Table 13. Governing design and stability check parameters of the column

Teilsystem Stütze	FE-STAB*	ConSteel	$\frac{\text{ConSteel}}{\text{FE-STAB}}$
Parameter der Nachweise mit Ersatzimperfectionen			
Vorverformung $\max v_0 = 3,6 \text{ cm}$	Sinus	Parabel	–
kritischer Laststeigerungsfaktor $\alpha_{cr,op}$	3,44	3,46	1,006
M_y in kNm – in Stützenmitte	159,8	159,75	0,999
M_z in kNm – 2,5 m vom Stützenkopf	10,7	13,49	1,260
B in kNm^2 – 2,5 m vom Stützenkopf	2,71	2,64	0,974
E_d/R_d des Biegedrillknicknachweises nach verschiedenen Methoden			
Nachweis mit Ersatzimperfection	0,955	0,918**	0,961
Nachweis mit Reduktionsfaktoren	0,935	0,934	0,999
Allgemeine Nachweismethode***	–	0,989	–
* nach [34, Bild 11.28]			
** lineare plastische Querschnittsinteraktion ($\gamma_{M1} = 1,1$) (DIN EN1993-1-1/§6.2.1(7), (6.2))			
*** Interpolation der Abminderungsfaktoren nach DIN EN1993-1-1/6.3.4,4(b)			

98,9 %. Auch hier ist es wieder bemerkenswert, dass mit der einfach anzuwendenden Allgemeinen Methode eine sichere Abschätzung des Stabilitätsverhaltens aus der Ebene (Biegedrillknicken) gelingt.

9.6.2.2 Nachweis des Rahmenriegels

Bild 23a zeigt den aus dem Rahmen herausgeschnittenen Riegel, der in [34, Bild 11.29b] als gerades Stabmodell und zum Ausgleich der Wirkung des Knickpunktes am Firstpunkt mit einer kleinen Vertikalkraft nach oben zusätzlich belastet ist. Im Gegensatz zu [34] und den Beispielen 3 und 4 von Teil 1 dieses Aufsatzes [44] besitzt jetzt das ConSteel-Modell die reale geometrische Konfiguration mit Firstknick. Zusätzlich stabilisieren eine kontinuierliche Drehfeder $c_{xx} = 4,96 \text{ kNm/m}$ (aus Trapezblechwirkung) und seitliche Punktfedern $C_{y,1/2} = 6,93 \text{ kN/cm}$ sowie $C_{y,1/4} = 9,23 \text{ kN/cm}$ (aus Verband) 110 mm oberhalb des Trägerschwerpunktes den Riegel. Weiterhin verwenden beide Modelle an den Trägerenden die Wölbfedern $C_\omega = 15,03 \text{ kNm}^3$, die sich aus der Torsionssteifigkeit der Kopfplatten an den Riegelenden ergibt.

In [34, Bild 11.33] erfolgt der Biegedrillknicknachweis des Riegels zunächst mit der Imperfectionsmethode. Das Rechenmodell erhält die aus der ersten Eigenform abgeleitete äquivalente (affine) Vorverformung $v_0(x)$ der Schwerachse mit dem maximalen Stich von $L/150$. L wird dort

als größter Abstand der Nulldurchgänge der Eigenverformung $\eta_{cr,y}(x)$ (im Bild $v(x)$ genannt) definiert. Die Ausnutzungen E_d/R_d der Querschnitte sind mit den Beanspruchungen nach Th. II. O. des imperfekten Modells ermittelt. Dabei werden zwei Annahmen getroffen:

- (1) Die Vouten sind bei der Stabilitätsanalyse vernachlässigt.
- (2) Die Effekte der Torsionsverformungen bleiben beim Ansatz der äquivalenten Vorverformung $v_0(x)$ unberücksichtigt.

zu (1): Man erkennt aus den in Tabelle 14 zusammengestellten Ergebnissen, dass die im ConSteel-Modell berücksichtigte genauere Geometrie (Vouten und Firstknick) praktisch zu den gleichen Ergebnissen der Momentenverteilung M_y und des kritischen Laststeigerungsfaktors $\alpha_{cr,op}$ führt.

zu (2): Im ConSteel-Modell wurde die komplette Eigenform des Riegels einschließlich der Querschnittsverdrehungen infolge Torsion (Bilder 23b und 23c) berücksichtigt. Insbesondere ergibt sich aus Bild 23c:

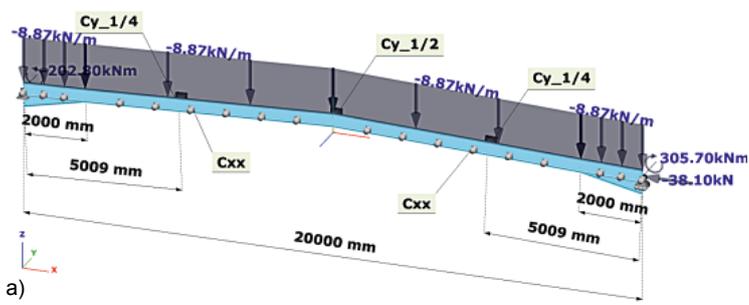
- Im Vergleich der Horizontalverformung der Schwerachse (schwarze Linie) besitzen die beiden Profilschwerachse infolge der zusätzlichen Querschnittsverdrehung (rote gestrichelte Linie) deutlich andersartig ausgeprägte Seitenverschiebungen.
- Die Horizontalverschiebungen von Oberflansch (grüne Linie) und Un-

terflansch (blaue Linie) verhalten sich sehr unterschiedlich zueinander und jeweils auch im Vergleich zur Schwerachse.

- Die druckbeanspruchten Bereiche der Flansche, die beim Biegedrillknicken für das Versagen verantwortlich sind, befinden sich aufgrund der im Riegel dominierenden Momentenverteilung $M_y(x)$ sowohl im Unter- als auch im Obergurt:
 - Der Druckbereich des Obergurtes (dicke grüne Verformungslinie in Bild 23c) besitzt im mittleren Balkenbereich seitliche Ausweibögen nach beiden Seiten; der Größtwert befindet sich in der rechten Welle und erstreckt sich über eine Länge L_{of} von ca. 6,50 m.
 - Der Druckbereich des Untergurtes (dicke blaue Verformungslinie) besitzt keinen ausgeprägten Verformungsbogen und wird durch Zugkräfte im mittleren Bereich stabilisiert.

Bei derartigen kompliziert gelagerten Tragstrukturen findet zurzeit die Ersatzimperfectionsmethode ihre Anwendungsgrenzen. Sie wurde bisher nur für einfache Balken ohne Zwischenstützungen und Gabellagerungen an den Stabenden entwickelt und verifiziert, wobei ausschließlich die einfache Welle als Eigenform auftritt [41]. Nur an derart einfachen Trägern konnten bisher verlässliche bis präzise Werte $e_{o,d} = L/f$ mit definierten effektiven Längen L abgeleitet werden ([42], [43]), wobei die f -Werte auch von der Art des Querschnittsnachweises (elastisch oder plastisch – aber wie?) abhängen [1b]. An dem relativ komplex gelagerten Rahmenriegel erkennt man jedoch, dass bereits die erste Eigenform des Biegedrillknickens außerordentlich komplex ist und sich infolge dessen erhebliche Unsicherheiten/Schwierigkeiten bei der Definition der effektiven Länge L ergeben. Da der relevante und höchst beanspruchte Querschnitt sich im rechten Voutenbereich (wo die Ausnutzung infolge M_y am größten ist) befindet, spielt dort der Druckbereich im Unterflansch eine dominante Rolle, ohne jedoch eine ausgeprägte effektive Länge L auszubilden.

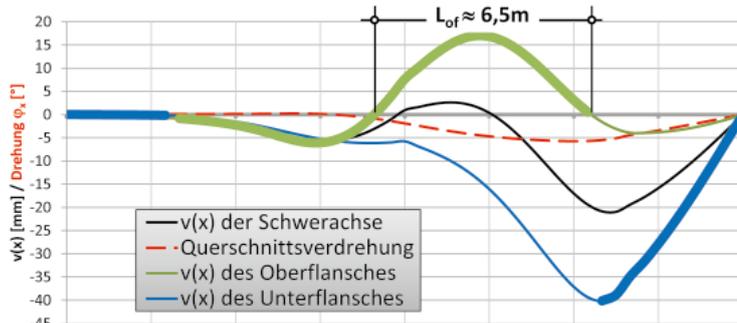
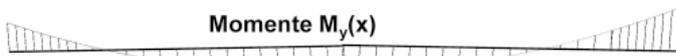
Aus den genannten Betrachtungen heraus wird daher (als alternativer



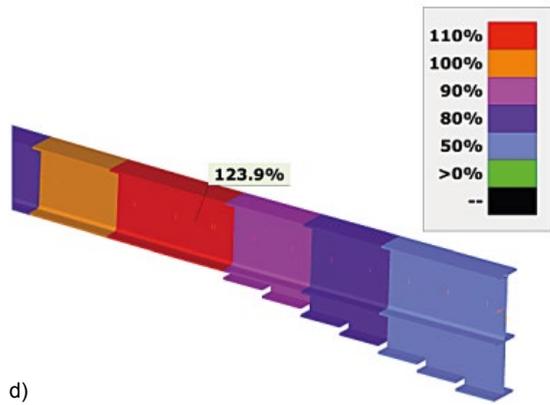
a)



b)

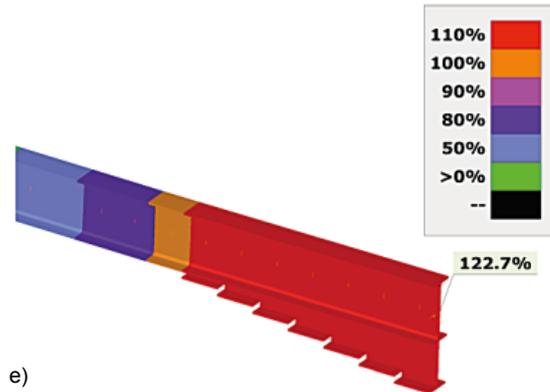


c)



d)

Grenztragfähigkeit der konservativen (linearen) Interaktion	
Ausnutzungsgrad	123,9 %
Querschnittsklasse	1
Normabschnitte	6.2.1 (7)–(6.2)
N_{Ed}	–37,4 kN
N_{Rd}	1 984,8 kN
$M_{y,Ed}$	132,1 kNm
$M_{y,Rd}$	307,2 kNm
Anmerkung	Torsions- und Querkraftbeanspruchung vernachlässigt!
$M_{z,Ed}$	–40,6 kNm
$M_{z,Rd}$	51,4 kNm
Anmerkung	Torsions- und Querkraftbeanspruchung vernachlässigt!
$\alpha_{ult,k}$	2,228



e)

Globaler Stabilitätsnachweis – maßgebend	
Ausnutzungsgrad	122,7 %
Normabschnitte	6.3.4 (2)–(3), (4)b–(6.63, 6.64, 6.66)
$\alpha_{ult,k}$	1,892
$\alpha_{cr,op}$	1,520
λ_{op}	1,116
α	0,760
Φ	1,470
χ	0,412
α_{LT}	0,760
Φ_{LT}	1,470
χ_{LT}	0,412
N_{Ed}	–38,1 kN
$M_{y,Ed}$	299,6 kNm
$M_{z,Ed}$	0,0 kNm
N_{Rk}	3 200,6 kN
$M_{y,Rk}$	669,5 kNm
$M_{z,Rk}$	77,1 kNm
γ_{M1}	1,1

Bild 23. a) Teilmodell Riegel; b) mit ConSteel berechnete (maßgebende) Eigenform des Biegedrillknickens; c) grafische Analyse der Eigenform; d) plastische Querschnittsausnutzung (123,9 %); e) Ausnutzung der Globalen Methode (122,7 %)
 Fig. 23. a) Equivalent beam model; b) buckling shape computed by ConSteel; c) graphical analysis of the eigenshape; d) plastic conservative interaction (123,9 %); e) utilization of the General Method (122,7 %)

Lösungsvorschlag) im ConSteel-Modell die komplette erste Eigenform (inklusive der Torsionsverformungen) als äquivalente Vorverformung $\eta_{init}(x)$ verwendet. Sie wird mit der maximalen Amplitude $L_{of}/300$ des Oberflansches kalibriert, der als Knickstab bewertet wird, wobei sich aus Bild 23c $L_{of} \approx 6,5$ m ablesen lässt. Die maximale

laterale Flanschvorverformung beträgt somit $e_{0,d} = 6500/300 = 21,7$ mm. Mit den Beanspruchungen der Biegetorsionstheorie 2. Ordnung und dem konservativen plastischen Interaktionsnachweis ergibt sich eine maximale Ausnutzung von 123,9 % am Vouten-anfang (Bild 23d). Mit der allgemeinen Nachweismethode nach § 6.3.4, bei

der Vorverformungen ohne Bedeutung sind, ergibt sich $E_d/R_d = 122,7$ % am Voutenende (Bild 23e). Während die drei mit ConSteel berechneten (alternativen) Nachweismethoden trotz des relativ komplex gelagerten Trägers fast identische Aussagen liefern, ergeben sich im Vergleich zu [34] deutliche Unterschiede (Tabelle 14).

Tabelle 14. Nachweisparameter, Schnittgrößen (Th. II. O.) und Stabilitätsnachweise des Riegels
 Table 14. Governing design and stability check parameters of the beam

Teilsystem Riegel	FE-STAB*1) ohne Voute	ConSteel mit Voute	ConSteel FE-STAB
Parameter der Nachweise mit Ersatzimperfectionen			
affine Vorverformung mit max v_0 in cm	650/150 = 4,33*7)	650/300 = 1,22*8)	–
kritischer Laststeigerungsfaktor $\alpha_{cr,op}$	1,588	1,52	0,957
$M_{y,max}$ in kNm – Balkenmitte/Firstknick	180,3	178,8	0,992
$M_{y,min}$ in kNm – Voutenende	–305,7		1,000
E _d /R _d des Biegedrillknicknachweises nach verschiedenen Methoden			
Nachweis mit Ersatzimperfection	0,707*3)	123,9*4)	–*6)
Nachweis mit Reduktionsfaktoren	1,389	–*5)	–
allgemeine Nachweismethode*2)	–	1,227	–
*1) nach [34, Bild 11.28] *2) Interpolation der Abminderungsfaktoren nach DIN EN1993-1-16.3.4(b) *3) am Voutenbeginn und ohne Vouteneinfluss *4) am Voutenende und mit Vouteneinfluss *5) Nachweis mit Berücksichtigung der Voute nicht erlaubt! *6) Vergleich nicht sinnvoll *7) max v_0 der Schwerachse *8) max v_0 des Oberflansches			

9.6.3 Biegedrillknicknachweis des kompletten Rahmens

Die beste Approximation des Tragverhaltens liefert natürlich das Modell des gesamten Rahmens. Wie überflüssig (z. T. ungenau und unwirtschaftlich) die Methode der Zerlegung in Teilsysteme und die Nachweise am Ersatzstab nach DIN EN 1993-1-1/6.3.3 gegenüber der Anwendung der Allgemeinen Methode nach DIN EN 1993-1-1/6.3.4 an kompletten (Teil-) Strukturen ist, wird dieser Abschnitt erläutern.

Bild 24 zeigt das mit ConSteel erstellte Rahmenmodell. Das Gesamtmodell besitzt die gleichen Steifigkeiten c_{xx} und $C_{y,j}$ wie das Teilmodell des Rahmenriegels (s. Abschnitt 9.6.2.2). Die Rahmenecken sind infolge von Traufverbänden seitlich starr gelagert. Bezüglich des Knotengleichgewichtes an den Rahmenecken wird angenommen, dass die Flansche miteinander verbunden sind und die aus dem Wölbmoment B resultierenden lokalen Momente sich gegenseitig im Gleichgewicht aufheben. Zusätzlich zu der Eigenformanalyse mit dem Balkenelement (2×7 Freiheitsgrade) von ConSteel wurde zum Vergleich eine ConSteel-Berechnung mit elastischen Schalenelementen durchgeführt. Die berechneten räumlichen Eigenformen mit gekoppelten seitlichen Verformungen $v(x)$ und Querschnittsverdrehungen $\phi_x(x)$ der kombinierten Be-

spruchung $N \oplus M_y$ aus der maßgebenden Einwirkungskombination 2 zeigen die Bilder 25a (Balkenelemente) und 25b (Schalenelemente).

Tabelle 15 vergleicht die elastischen kritischen Laststeigerungsfaktoren $\alpha_{cr,op}$ im Vergleich der Teilstabmodelle und des gesamten Rahmens. Die Werte der Teilstäbe zeigen die Dominanz des Rahmenriegels. Der Rahmen verhält sich aufgrund der stabilisierenden Wirkung der Stützen etwas günstiger als das separierte Teilmodell des Riegels.

Im Vergleich der Ergebnisse der FE-Balken- und -Schalenelementberechnung wird hier klar bewiesen, dass das fi-

nite Balkenelement von ConSteel auch bei Elementierung der Vouten hervorragende Ergebnisse liefert. Damit wird der Hinweis des deutschen NA zu DIN 1993-1-1/Abschnitt 6.3.4 in seiner Allgemeinheit entkräftet, dass bei Stabilitätsberechnungen von Voutenträgern generell nur Schalenelemente zu richtigen Ergebnissen führen!

Nach DIN1993-1-1/6.3.4 ist der Stabilitätsnachweis (nur) an demjenigen Querschnitt des Gesamttragwerks (maßgebend) zu führen, der die größte plastische Querschnittsausnutzung infolge $N \oplus M_y$ hat. Hier wird der Vergrößerungsfaktor $\alpha_{ult,k}$ der Bemessungs-

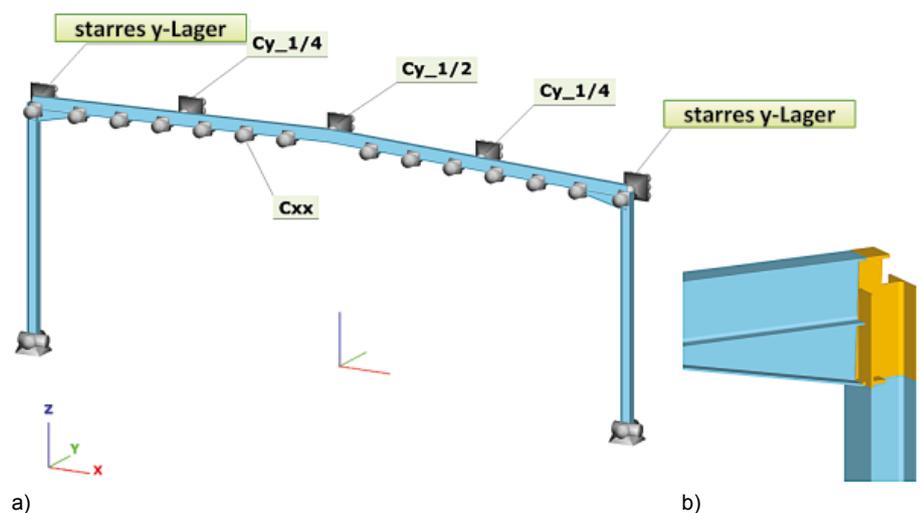


Bild 24. a) ConSteel-Modell des Rahmens, b) Details der rechten Rahmenecke
 Fig. 24. a) Global frame model of ConSteel, (b) detail of the frame corner

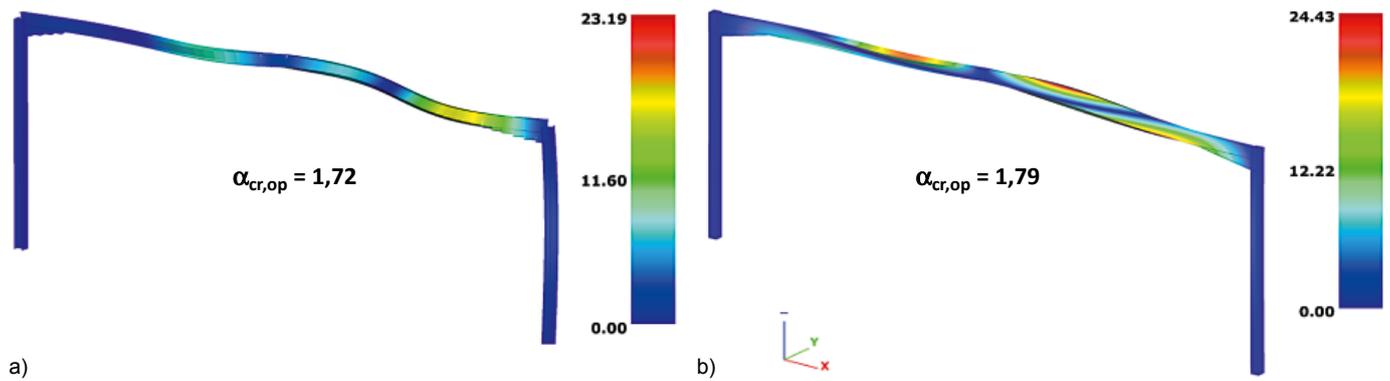


Bild 25. Eigenformen des räumlichen Stabilitätsversagens, berechnet a) mit Balkenelementen von ConSteel, b) mit Schalenelementen von ConSteel

Fig. 25. Elastic buckling shapes of the framework, calculated a) by the 14 DOF beam-column FE model of ConSteel, b) by the shell FE model of ConSteel

Tabelle 15. Kritische Laststeigerungsfaktoren $\alpha_{cr,op}$ der Balken- und Schalenelementierung der Teilmodelle im Vergleich zum gesamten Rahmen

Table 15. Elastic critical load factors of the partial equivalent models and the complete frame

Rechenmodelle	$\alpha_{cr,op}$ *	
	Balkenelemente	Schalenelemente
Teilmodell Stütze (Bild 22)	3,46	–
Teilmodell Riegel (Bild 23)	1,52	–
Gesamtrahmen (Bilder 24/25)	1,72	1,79

* für die Einwirkungskombination 2

Tabelle 16. ConSteel Tabelle der Nachweisparameter für den Stützenkopf

Table 16. ConSteel screen copy of the design parameters computed in the critical cross-section at column top

Globaler Stabilitätsnachweis – maßgebend	
Ausnutzung	108,0 %
Normverweise	6.3.4 (2)–(3), (4)b–(6.63, 6.64, 6.66)
$\alpha_{ult,k}$	1,162
$\alpha_{cr,op}$	1,720
λ_{op}	0,882
α	0,490
Φ	0,990
χ	0,648
α_{LT}	0,340
Φ_{LT}	0,825
λ_0	0,400
β	0,750
χ_{LT}	0,805
N_{Ed}	–95,3 kN
$M_{y,Ed}$	–286,8 kNm
$M_{z,Ed}$	0,0 kNm
N_{Rk}	2 922,6 kN
$M_{y,Rk}$	382,6 kNm
$M_{z,Rk}$	163,9 kNm
γ_{M1}	1,1

einwirkungen (Tabelle 1 und Formel (20)) minimal. ConSteel berechnet $\alpha_{ult,k}$ nach der linearen Querschnittsinteraktion $N \oplus M$. Die Bilder 26a bis 26c visualisieren die von ConSteel berechneten Ausnutzungen E_d/R_d des kompletten Rahmens, die allerdings nur informellen Wert haben. Der minimale Wert von $\alpha_{ult,k}$ und damit auch die maximale Auslastung E_d/R_d des Biegedrillknicknachweises befinden sich am Kopf der rechten Stütze in Höhe der Voute. Tabelle 16 zeigt eine von ConSteel angefertigte detaillierte tabellarische Aufstellung der Nachweisparameter am maßgeblichen Stützenkopf.

Setzt man die dort aufgelisteten Werte in die Formeln (21) und (23) ein, ergibt sich $E_d/R_d = 1,08$ (108 %). Es bleibt hier die Frage offen, ob es nicht korrekter (und dann auch wirtschaftlicher) ist, die Rahmenecke (genauer: die Knotenpunkte innerhalb der geometrisch definierten Rahmenecke) bei der Ermittlung von $\alpha_{ult,k}$ auszusparen und statt dessen nur die Beanspruchungen bis an die Stützen- und Riegelanschnitte (allg. die Stabknotenanschnitte) in den Nachweis einzubeziehen.

In Tabelle 17 sind letztlich die mit den Programmen FE-STAB und ConSteel berechneten Stabilitätsauslastungen E_d/R_d der Teilmodelle im Vergleich zum Rahmenmodell gegenübergestellt. Der finale Vergleich aller Rechenmodelle lässt sich wie folgt zusammenfassen:

- Der Riegel bestimmt in allen Rechenmodellen den Biegedrillknicknachweis des Rahmens.
- Das globale Stabilitätsverhalten des Rahmens mit Interaktion zwischen Riegel und Stützen wird mit

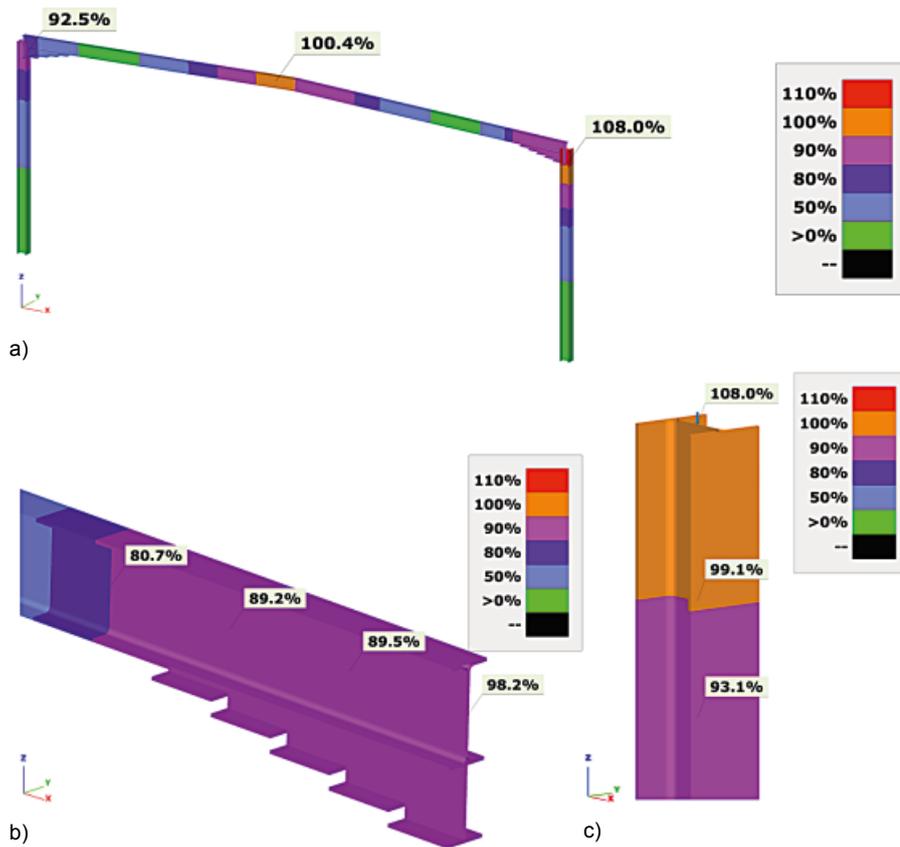


Bild 26. Von ConSteel berechnete Ausnutzungsgrade der räumlichen Stabilität des Rahmens nach der Allgemeinen Methode, a) Ausnutzungsverlauf am gesamten Rahmen, b) Ausnutzungsverlauf im Voutenbereich, c) Ausnutzungsverlauf am dominanten (kritischen) Stützenkopf (108 %)

Fig. 26. By ConSteel calculated utilization of the global stability check of the framework using the general method, a) utilization of the stability resistance of the whole frame, b) utilization of the stability resistance along the haunch, c) utilization of the dominant (critical) cross-section (108 %)

Tabelle 17. Vergleich der Ausnutzungsgrade
Table 17. Utilizations computed with different capacity checks of the partial models and the complete frame

Berechnungsmethoden Programme	Ausnutzung E_d/R_d		
	Stütze	Riegel	Rahmen
Imperfektionsmethode			
- FE-STAB [34]	0,955	1,243 ^{*1)}	-
- ConSteel	0,918	1,239 ^{*2)}	-
Reduktionsfaktormethode			
- FE-STAB [34]	0,935	1,389	- ^{*4)}
- ConSteel	0,934	- ^{*3)}	-
Allgemeine Methode (ConSteel)	0,989	1,227	1,080
*1) am Voutenende und ohne Voutengeometrie			
*2) am Voutenende und mit Vouteneinfluss			
*3) Nachweis mit Berücksichtigung der Voute nicht erlaubt!			
*4) nicht möglich			

der Allgemeinen Methode richtig erfasst.
- Die Allgemeine Methode berechnet zuverlässige Stabilitätsergebnisse für komplette Strukturen.

- Die Allgemeine Methode benötigt keine Imperfektionen und ist daher einfach anzuwenden, wenn ein integriertes Programm wie ConSteel zur Verfügung steht.

10 Zweistöckiger Rahmen mit rotationsweichen Rahmenecken (Beispiel 9)

Mit Einführung von DIN EN 1993-1-8 sind Rahmenknoten nicht nur hinsichtlich ihrer Tragfähigkeit sondern auch hinsichtlich ihres Verformungsverhaltens zu untersuchen und im Tragwerksmodell zu berücksichtigen. Denn die korrekte Ermittlung der Rotationssteifigkeiten der Knoten und ihre Berücksichtigung im Strukturmodell sind Voraussetzung für eine genaue Ermittlung der Beanspruchungen. Im Wesentlichen wird die Momentenverteilung statisch unbestimmter Systeme beeinflusst, was wiederum Einfluss auf die Stabilitätsanalyse hat. Für ein integriertes Programm wie ConSteel ist es daher von grundlegender Bedeutung, das mechanische Verhalten der Anschlüsse in das 2D/3D-Tragmodell zu integrieren. Um diese Problematik zu illustrieren, wird in diesem Abschnitt das Trag- und Stabilitätsverhalten eines Zweigeschossrahmens analysiert. Das Beispiel stammt aus [5] Abschnitt 5.5.3/ Bilder 5.34 und 5.35. Die Geometrie und das Lastmodell von ConSteel ist Bild 27 zu entnehmen.

Die Einwirkungen entstammen der maßgebenden Einwirkungskombination. Die äußeren Stützen sind eingespannt und die mittlere Stütze ist punktgelagert. Selbstverständlich sind in einem 3D-Rahmenmodell die Fußpunkte mit Gabelagern (oder auch Wölbeinspannungen) versehen, um Stabilitätsanalysen durchführen zu können. Die Rahmenstützen erhalten eine Anfangsschiefstellung (Stabsehndrehung beider Stockwerke) von 1/254. Alle Rahmenecken sind aus der Ebene starr gehalten, der untere Rahmenriegel ist komplett gegen seitliches Ausweichen gehalten (z. B. konstruktiv durch eine Betonebene) und der obere Riegel wird als frei verformbar angenommen. Zwei unterschiedliche geschraubte Kopfplattenanschlüsse sind in den beiden Riegelebenen im ConSteel-Strukturmodell berücksichtigt (Bild 28).

Bild 29 zeigt den interaktiven Monitordialog des ConSteel-Moduls CSJoint zwischen der Konstruktion des Anschlusses (Bildmitte) und der unmittelbar mit der maßgebenden Einwirkungskombination 1 (P7) berechneten Anschluss-tragfähigkeiten und -steifigkeit.

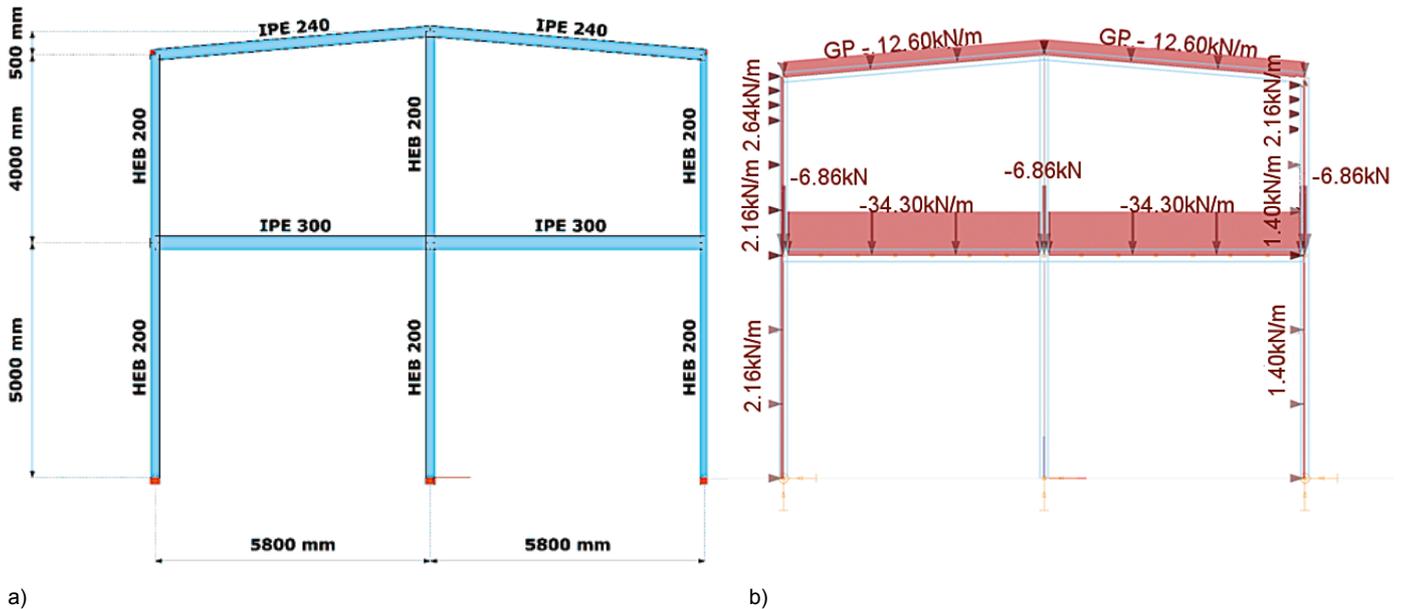


Bild 27. a) Geometrie und b) Lastbild des Rahmens des ConSteel-Modells
 Fig. 27. a) Geometry and b) load model of the two-bay/two-storey frame of ConSteel

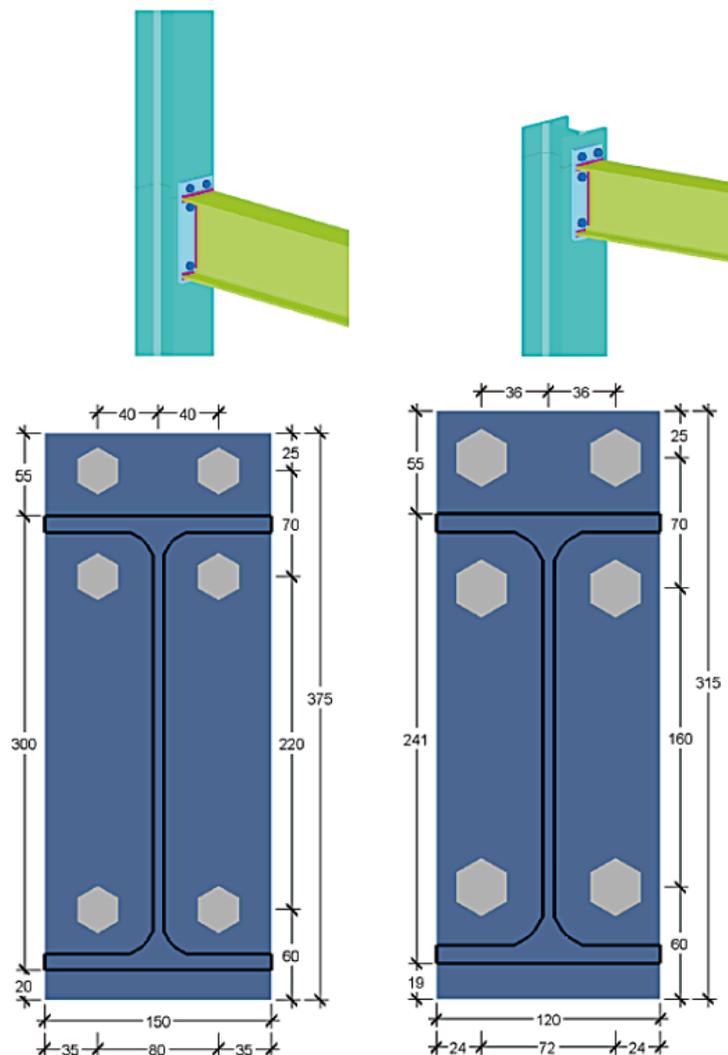


Bild 28. ConSteel-Modell der geschraubten biegesteifen Stirnplattenanschlüsse an den Außenstützen
 Fig. 28. The bolted end-plate beam-to-column connections at the middle and upper level of the outer columns modeled with ConSteel

Der Rahmen wird zunächst – wie früher üblich – mit Annahme starrer Rahmenecken berechnet. Für die Tragfähigkeitsanalyse der Querschnitte sind natürlich vorwiegend die Momente M_y von Interesse (Bild 30a). Die größte Querschnittsausnutzung beträgt 85,8 % am rechten Ende des linken unteren Riegels ($M_y = 115,17$ kNm). Wegen der Betondecke besteht aber keine lokale Stabilitätsgefahr.

Bei Anwendung der allgemeinen Nachweismethode zum Biegedrillknicknachweis komplexerer Strukturen ist es empfehlenswert, immer zunächst die elastischen Eigenformen zu analysieren. Damit erkennt man sofort die kritischen, stabilitätsgefährdeten Teilstrukturen und ihre Versagensformen. Bei diesem Zweigeschossrahmen mit starren Knoten ergibt sich nach Bild 31a der niedrigste kritische Laststeigerungsfaktor $\alpha_{cr,op} = 3,41$ mit Biegedrillknicken des oberen Riegels. Die mittlere Stütze ist aus der Ebene knickgefährdet mit $\alpha_{cr,z} = 7,74$ (Bild 31b). Bei den äußeren Stützen besteht wegen $\alpha_{cr,z} = 15,32$ keine Biegeknickgefahr aus der Rahmenebene heraus. Auch das Biegeknicken des Gesamtrahmens (Bild 31c) in der Ebene ist wegen $\alpha_{cr,y} = 14,43$ vernachlässigbar, sodass sich die Momente $M_y(x)$ nach Theorie I. und II. Ordnung nicht unterscheiden.

Werden Rahmenknoten infolge ihrer Rotationscharakteristik nach DIN EN 1993-1-8/§5.2.2.5 in die

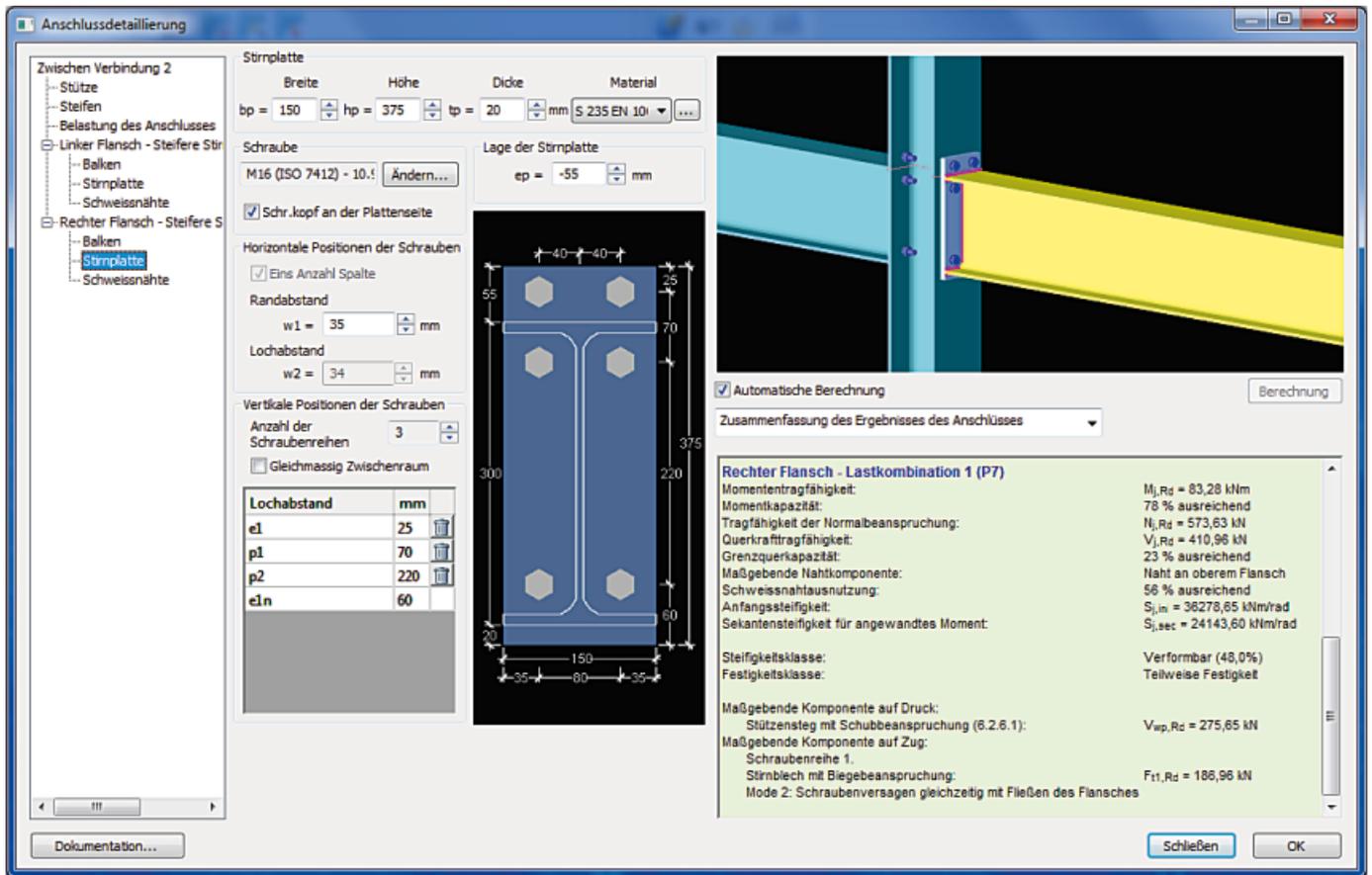


Bild 29. ConSteel-Detailberechnung der unteren Riegelanschlüsse an der Mittelstütze
 Fig. 29. Details of the ConSteel connection-calculation at the middle column

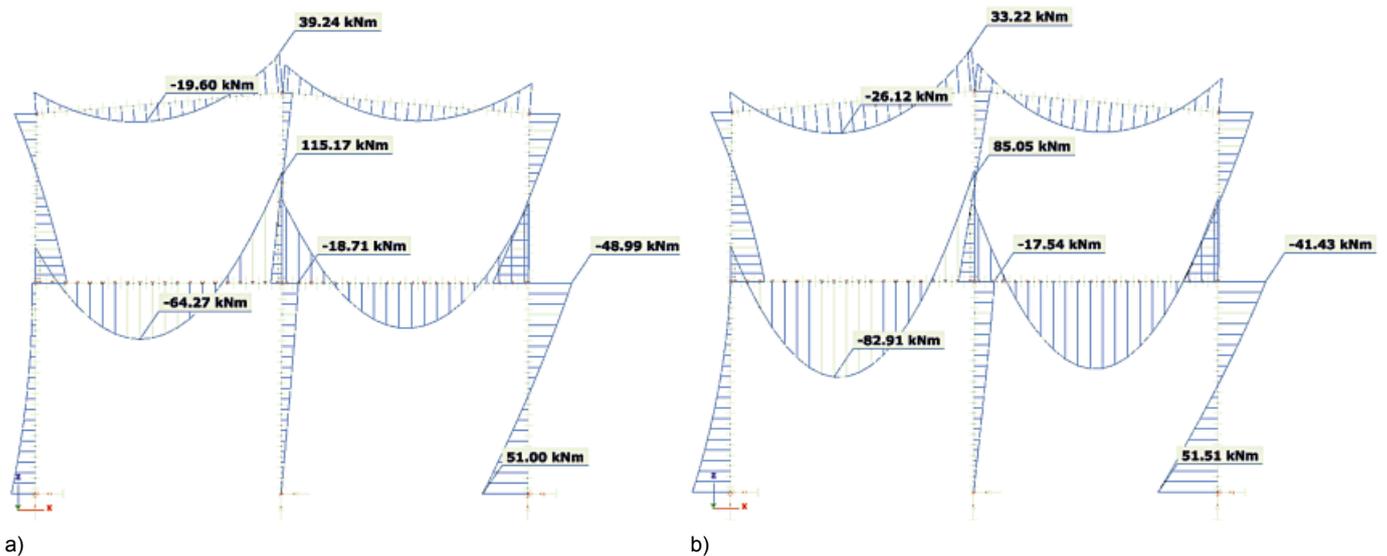


Bild 30. Beanspruchung M_y des Rahmens, a) bei starren Rahmenecken, b) bei rotationsweichen Rahmenecken
 Fig. 30. Bending moment diagrams of the frame with, a) rigid connections; b) semi-rigid connections

Zone 2 eingeteilt, dann gelten sie als verformbar und ihre Steifigkeiten sind nach Bild 5.1 und Tabelle 5.2 der DIN als Anfangssteifigkeit S_j bzw. als Sekantensteifigkeit $S_j = S_{j,ini}/2$ in die Rahmenstatik einzubeziehen. Diese Nachgiebigkeiten der Knoten beeinflussen direkt die Verteilung der Beanspruchungen des Rahmens und hier im Wesentlichen die Momentenverteilung $M_y(x)$. Als Folge werden aber auch die Eigenlösungen (kritische Laststeigerungsfaktoren und zugehörige Eigenformen) und damit die Stabilitätsgefahr verändert. ConSteel besitzt den integrierten (aber auch unab-

hängig verwendbaren) Modul CSJoint zur automatischen Erkennung der Knotentypen der Gesamtstruktur und schlägt darauf basierend geeignete Anschlusskonstruktionen nach DIN EN 1993-1-8 vor. Deren Trag- und Verformungsverhalten werden anschließend kontextsensitiv (also integriert

hängig verwendbaren) Modul CSJoint zur automatischen Erkennung der Knotentypen der Gesamtstruktur und schlägt darauf basierend geeignete Anschlusskonstruktionen nach DIN EN 1993-1-8 vor. Deren Trag- und Verformungsverhalten werden anschließend kontextsensitiv (also integriert

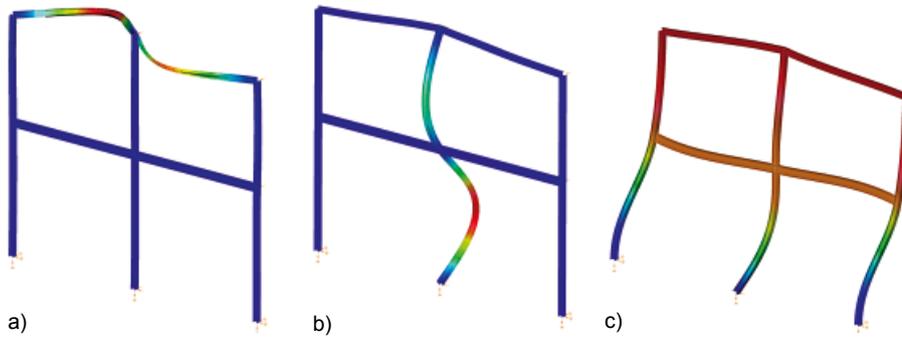


Bild 31. Relevante elastische Eigenformen des Gesamtrahmens, a) Biegedrillknicken des oberen Riegels mit $\alpha_{cr,op} = 3,41$, b) Biegeknicken der Mittelstütze aus der Ebene mit $\alpha_{cr,z} = 7,74$, c) Rahmenknicken in der Ebene mit $\alpha_{cr,y} = 14,43$
 Fig. 31. Relevant buckling modes of the frame, a) lateral-torsional buckling of the upper beam with $\alpha_{cr,op} = 3,41$, b) out-of-plane buckling of the middle column with $\alpha_{cr,z} = 7,74$, c) in-plane buckling of the full frame with $\alpha_{cr,y} = 14,43$

im Rahmenmodell und unter Berücksichtigung der Beanspruchungen) berechnet. Im Gegensatz zu [5] werden die Rahmenknoten der Mittelstütze als doppelseitige Riegel-Stützen-Anschlüsse berechnet. Daher sind die beidseitigen Rotationssteifigkeiten der Riegelenden $S_{j,ini}$ z. T. deutlich höher als die einseitigen Steifigkeiten an den Außenstützen (Tabelle 6.11 und § 5.3(9) von DIN EN 1993-1-8), was im (genaueren) ConSteel-Modell berücksichtigt wird. Die berechneten Steifigkeiten der Riegelanschlüssen sind in Bild 32 zusammengefasst und die Abweichungen zu den Angaben in [5] in rechteckige Klammern gesetzt.

Die Momentenverteilung des Rahmens mit unterschiedlich nachgiebigen Riegelenden ist in Bild 30b dargestellt. Infolge der deutlich reduzierten Rotationsteifigkeiten reduzieren sich die großen Rahmeneckmomente durchaus nennenswert, wobei dann natürlich die Feldmomente ansteigen. Dies erzeugt eine ausgewogenere Verteilung der Feld- und Stützmomente der Riegel. Die neue Momentenverteilung modifiziert die Eigenformen hier zwar nicht signifikant (sie sind den Formen in Bild 31 sehr ähnlich), jedoch die zugehörigen kritischen Laststeigerungsfaktoren $\alpha_{cr,op}$ (Tabelle 18). Eine signifikante Reduktion ergibt sich bei dem (der Biegedrillknick-Eigenform zugehörigen) ersten Eigenwert des oberen Riegels, der von der vergrößerten druckbeanspruchten Länge und größeren Druckkräften des oberen unausgesteiften Flansches negativ beeinflusst ist. Die Stabilitätsnachweise des oberen Riegels und mittleren Stütze erfolgen mit der all-

gemeinen Methode (§ 6.3.4) durch ConSteel sowohl für das Modell der steifen Rahmenecken als auch für das mit den verformbaren Rahmenecken. Die wichtigsten Ergebnisse sind in Tabelle 19 zusammengefasst. Während sich die Riegeleckmomente deutlich verringerten, erhöht sich die Schlankheit λ_{op} von 0,717 auf 0,881. Trotzdem reduziert sich der Ausnutzungsgrad des räumlichen Stabilitätsnachweises von 60,8 % auf 57,4 %. Es wird

aber auch klar, dass sich die Reduzierungen der Eckmomente infolge rotationsweicher Rahmenknoten positiver auswirken können, wenn sich die größten Werte der Eigenform des Biegedrillknickens nicht in Riegelmitte sondern im Bereich der Rahmenknoten einstellen, was meistens bei seitlich gehaltenen Riegeloberflanschen (z. B. durch Verbände) der Fall ist (s. Abschnitt 11).

Tabelle 19 enthält vergleichsweise auch die Stabilitäts-Ausnutzungen nach [5], die mit der Imperfektionsmethode und dem Teilschnittgrößenverfahren berechnet sind. Die Differenzen der Riegelwerte sind eindeutig auf die zu geringen Rotationssteifigkeiten an den Mittelknoten des Tragmodells in [5] zurückzuführen. Die Stützensausnutzung der ConSteel-Berechnung ist infolge der unterschiedlichen Nachweismodelle geringer. In [5] ist die untere Stütze ein isoliertes Teilmodell mit beidseitiger Gabellagerung. Hier machen sich natürlich deutlich die stabilisierenden Einflüsse der anderen Rahmenstäbe bemerkbar, die automatisch durch die vollständig mit ConSteel modellierte Gesamtstruktur erfasst sind.

Tabelle 18. Kritische Laststeigerungsfaktoren der maßgebenden (Teil-)Strukturen
 Table 18. Critical elastic load multipliers

kritische Laststeigerungsfaktoren α_{cr}			
Typ und Bauteile des Stabilitätsversagens		Rahmenecken	
		starr	verformbar
1	Biegedrillknicken ($\alpha_{cr,op}$) des oberen Riegels	3,41	2,63
2	Biegeknicken ($\alpha_{cr,z}$) aus der Ebene der Mittelstütze	7,74	7,88
3	Rahmenknicken ($\alpha_{cr,y}$) in der Ebene	14,43	12,78

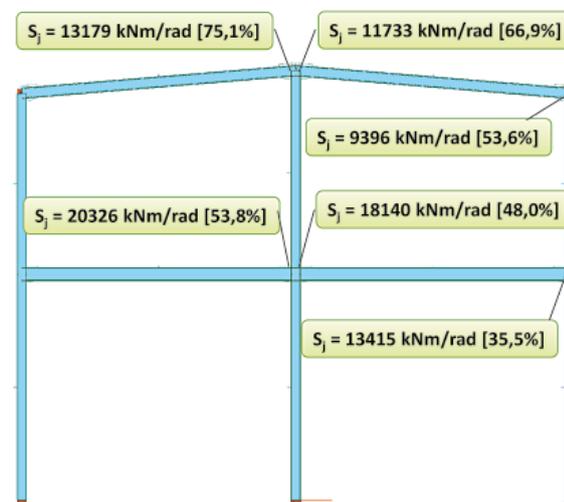


Bild 32. Rotationsteifigkeiten S_j der Riegelelenden
 Fig. 32. Stiffness values of the semi-rigid connections

Tabelle 19. Nachweisparameter und Ausnutzungsgrade der Allgemeinen Methode des oberen Riegels und der Mittelstütze im Vergleich zur Ersatzimperfektionsmethode der Einzeltragglieder nach [5]

Table 19. Design parameters and utilizations of the general method of the upper beams and the middle column in comparison with the results of the imperfection methods of the separated models according [5]

Bauteil	oberer Riegel		Mittelstütze	
	starr	nachgiebig	starr	nachgiebig
maßgebende Nachweisstelle	rechtes Ende des linken Riegels		Kopfende der unteren Stütze	
N_{Ed} in kN	-16,8	-13,5	-287,6	-282,2
$M_{y,Ed}$ in kNm	39,2	33,2	18,7	17,5
$\alpha_{ult,k}$	1,75	2,04	3,24	3,37
$\alpha_{cr,op}$	3,41	2,63	7,74	7,88
λ_{op}	0,717	0,881	0,647	0,654
χ	0,774	0,673	0,757	0,753
χ_{LT}	0,861	0,771	0,895	0,892
E_d/R_d (ConSteel)* ¹⁾	60,8 %	57,4 %	38 %	36,8 %
E_d/R_d in [5]* ²⁾	-	52 %	-	42 %

*¹⁾ mit der Allgemeinen Methode § 6.3.4
*²⁾ mit der Imperfektionsmethode an den Teilmodellen Stütze und Riegel

11 Mit Verbänden ausgesteifte Träger (Beispiel 10)

Dieser Abschnitt leitet in die Berechnungen von 3D-Strukturen über. Bild 33a zeigt zwei parallele Träger, die mit einem dazwischenliegenden Horizontalverband gegen seitliche Obergurtverschiebungen in den Viertelpunkten versteift sind. Es kann sich beispielsweise um zwei Rahmenriegel handeln, die aus dem Rahmensystem herausgeschnitten wurden, um Stabilitätsberechnungen durchzuführen.

In Ermangelung von Stabilitäts-Software für 3D-Systeme war es bis-

her üblich, anstelle des Verbandes ein ebenes Tragmodell mit Einzelfedern zu benutzen (Bild 33b), deren echte Federwerte unbekannt sind und die z. T. auch von Programmen ohne weitere Begründungen automatisch als starr angenommen werden. Es gibt in der Literatur verschiedene Ansätze zur Abschätzung der stabilisierenden Wirkung eines Verbandes (zusammengestellt z. B. in [14]), die aber auf die eine oder andere Art nicht geeignet bzw. in FEM-Software schwer oder nicht implementierbar (z. B. das Seilmodell) sind. In [14] wurde von Krahwinkel ein gekoppeltes Federmodell

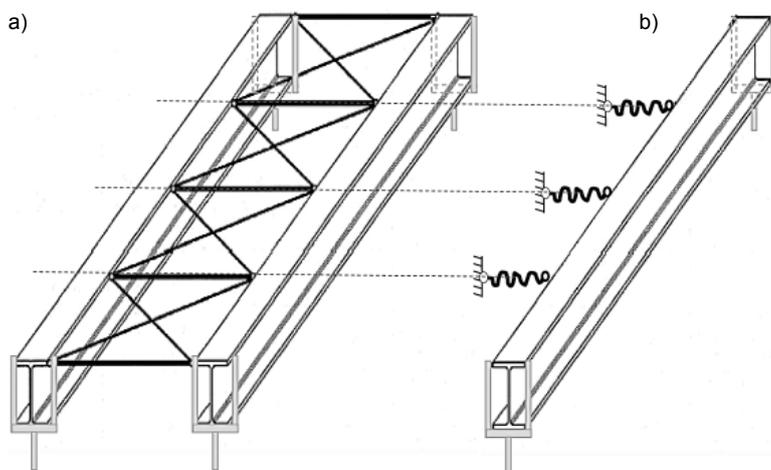


Bild 33. Tragstrukturen im Vergleich, a) zwei parallele Träger mit 3D-Verband am Obergurt, b) 2D-Ersatzträger mit horizontalen elastischen Punktlagern
 Fig. 33. Structures in comparison, a) two parallel beams with 3D-bracing at the upper flange, b) one 2D-beam with lateral elastic point-supports

dell als 2D-Ersatzmodell zur Simulation der Steifigkeit von Verbänden entwickelt, das in der Baupraxis zum Einsatz kommt. Es sind jedoch keine vergleichenden Berechnungen mit realen 3D-Verbandsstrukturen bekannt, die die Genauigkeit und Sicherheit dieses Modells nachweisen. In [40] wird das Biegedrillknickverhalten von durch Verbände ausgesteiften 3D-Trägersystemen mit unterschiedlichen Momentenbeanspruchungen gezeigt und mit Ergebnissen vereinfachter 2D-Modelle verglichen. Im Folgenden werden auszugsweise einige Ergebnisse für die kritischen Momente M_{cr} in Abhängigkeit von der realen Verbandssteifigkeit mitgeteilt.

11.1 Das gekoppelte Federmodell

Das in [14] für eine biegebeanspruchten Einfeldträger abgeleitete gekoppelte Punktfedermodell geht von der Biegelinienfunktion eines Biegeträgers aus (Bild 34). Bei Ansatz von Gleichstreckenlast wird eine Gleichung der Punktfedersteifigkeiten $C_y(\xi)$ hergeleitet, deren Werte von der Anzahl n der Verbandfelder und von der Lage (relative Koordinate ξ) abhängig sind (Tabelle 20). Als globaler Bezugswert der Fachwerksteifigkeit ist zuvor die ideale Steifigkeit S^* zu berechnen.

gekoppelte Federn ($n = 4$)

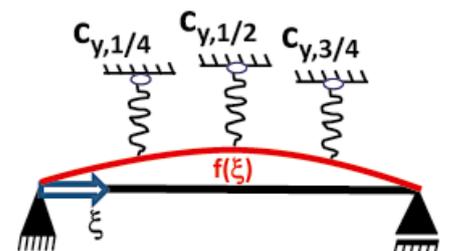


Bild 34. Modell zur Bestimmung der Federkonstanten am Beispiel $n = 4$
 Fig. 34. Model for the determination of the spring values (example $n = 4$)

Für die folgenden Berechnungen werden Verbände mit gekreuzten Zugdiagonalen und Druckpfosten vorausgesetzt (Bilder 35a und 35b). S^* berechnet sich dann zu:

$$S^* = \frac{1}{\frac{1}{EA_d \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha} + \frac{\tan \alpha}{EA_p}} \quad (24)$$

Tabelle 20. Beiwerte Φ der Federkonstanten des gekoppelten Punktfedermodells
 Table 20. Parameters Φ of the spring calculation of the lateral pin supports

Federkoeffizienten Φ									
n = 2		n = 3		n = 4		n = 5		n = 6	
ξ	Φ	ξ	Φ	ξ	Φ	ξ	Φ	ξ	Φ
1/2	4	1/3; 2/3	3	1/4; 3/4	2,67	1/5; 4/5	2,5	1/6; 5/6	2,4
				1/2	2	2/5; 3/5	1,67	1/3; 2/3	1,5
								1/2	1,33

Federsteifigkeiten	
$C_y(\xi) = \frac{F_y}{f} = \frac{S^*}{L} \cdot \frac{2}{n \cdot (\xi - \xi^2)} = \frac{S^*}{L} \cdot \Phi$	

Tabelle 21. Parameter der untersuchten Tragmodelle
 Table 21. Parameters of the structures

Systemwerte				
n	Trägerprofil	L in m]	c_{xx} in kNcm/cm	$z_{Cy} = z_V$ in cm
3	IPE 330	15	0 bzw. 6,5	-15,9
6	IPE 600	30	0 bzw. 8,4	-29,1

n: Anzahl Verbandsfelder z_{Cy} : Angriffspunkt Punktfeder
 c_{xx} : Streckenrotationsfeder z_V : Angriffspunkt Verband

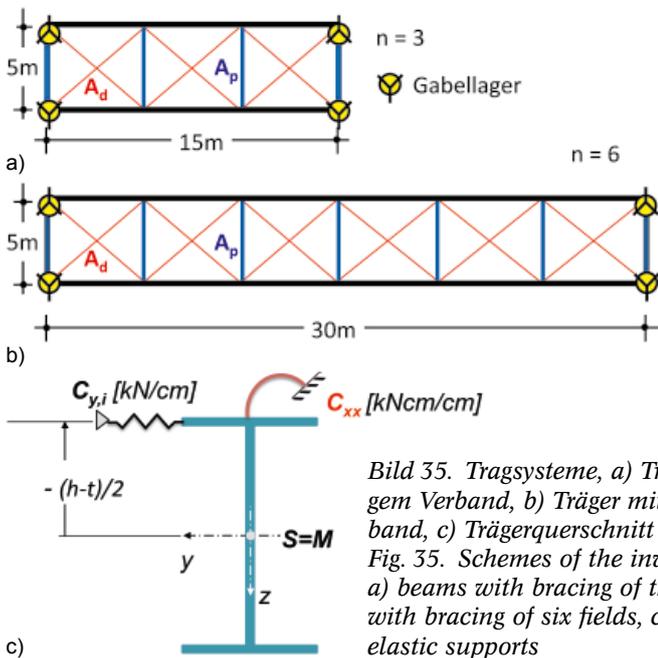


Bild 35. Tragsysteme, a) Träger mit dreimaschigem Verband, b) Träger mit sechs-maschigem Verband, c) Trägerquerschnitt mit Stabilisierungen
 Fig. 35. Schemes of the investigated structures, a) beams with bracing of three fields, b) beams with bracing of six fields, c) cross section with elastic supports

mit A_p und A_d als den Querschnittsflächen eines Pfostens bzw. der jeweils wirksamen Zugdiagonalen.

11.2 Tragstrukturen und Rechenmodelle

Es werden auszugsweise aus [40] die kritischen Momente M_{cr} zweier parallel verlaufender gabelgelagerter IPE-Träger unterschiedlicher Profilgröße,

Länge und Aussteifungsausfachung vorgestellt. Die 15 m langen Träger (IPE 330) sind mit einem dreifeldrigen Verband (Bild 35a) und die 30 m langen Träger (IPE 600) mit einem sechsfeldrigen Verband (Bild 35b) aus im Winkel von 45° gekreuzten Zugdiagonalen sowie Druckpfosten aussteift. Der Verband befindet sich an Obergurtnitte (Bild 35c). Zusätzlich

wird die Wirkung einer kontinuierlichen Drehfeder c_{xx} verglichen. Die Größenordnungen der Drehbettungen sind realistisch und können sowohl mit Trapezblechen als auch mit verschmierten Einzeldrehfedern von Pfetten erreicht werden.

11.3 ConSteel-Modelle

Einerseits werden die beiden parallelen Träger sowie der Verband als ConSteel-3D-Struktur (Bilder 36a und 37a) und zum Vergleich als einzelne 2D-Träger mit gekoppelten Einzelfedern (Bilder 36b und 37b) erstellt. Der Vergleichsparameter ist S^* des Verbandes. Beim 2D-Modell ist zu berücksichtigen, dass in Gl. (24) für S^* nur $S^*/2$ einzusetzen ist, da nur ein Träger zu stabilisieren ist. Das Tragwerk mit $n = 3$ Fachwerk (s. Bild 36a) ist hier beispielsweise mit Rohren $42,4 \times 2,5$ mm ($A_p = 3,13$ cm²) und Rundstählen $\varnothing 8,2$ mm ($A_d = 0,50$ cm²) konstruiert. Daraus errechnet sich die Verbandssteifigkeit $S^* = 3514$ kN. Unter Ansatz von $S^*/2 = 1756,93$ kN ergeben sich damit für die Ersatzfedern an den beiden Drittelpunkten des 2D-Stabmodells die Federwerte zu $c_{y;1/3} = c_{y;2/3} = 351,4$ kN/m (Bild 36b). Wie man durch Variation der Flächen A_d und A_p in (24) leicht feststellen kann, wird bei üblichen Diagonalwinkeln von ca. 45° der Wert S^* hauptsächlich von der Diagonalfäche A_d dominiert. Bereits \varnothing von 8,2 mm genügen, um die Verbandssteifigkeit von $S^* = 3513,85$ kN zu erzielen. Hier ist jedoch darauf zu achten, dass ein Verband in der Praxis meistens drei bis sechs parallele und gleichartig beanspruchte Träger (z. B. Riegel von Hallenrahmen) gleichzeitig aussteift. Man hat z. B. bei sechs Trägern den Verband so zu konstruieren, dass er $S^* = 3 \times 3514$ kN = 10542 kN erhält, um in etwa die gleiche Aussteifungswirkung wie bei dem Doppelträgermodell mit $S^* = 3514$ kN zu erzielen. Alle Träger sind ohne und mit einer kontinuierlichen Drehfeder c_{xx} stabilisiert. Die Parameter der Rechenmodelle sind in Tabelle 21 zusammengefasst.

11.4 Trägerbeanspruchungen

Es werden Momentenverläufe $M_y(x)$ untersucht, die z. T. aus [14] stammen (Bild 38). Die Beanspruchung B1 gehört zu einem Einfeldträger unter

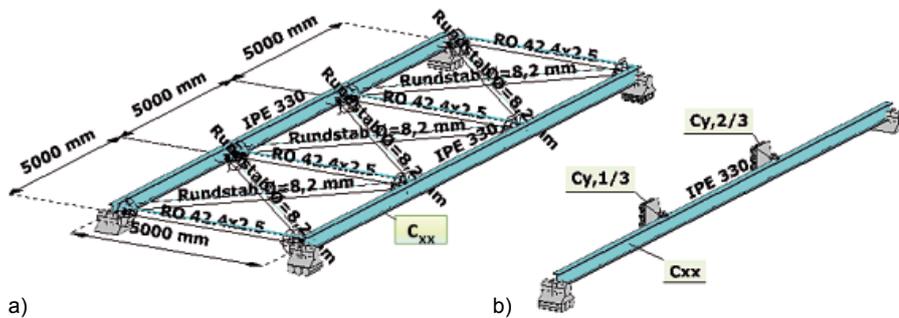


Bild 36. ConSteel-Modellstrukturen des dreimaschigen Verbandes, a) zwei Träger mit 3D-Verband am Obergurt, b) Ersatzträger mit seitlichen elastischen Punktlagern
 Fig. 36. ConSteel-models with three-field bracing, a) beams with 3D-bracing at the upper flanges, b) one beam with lateral elastic point-supports

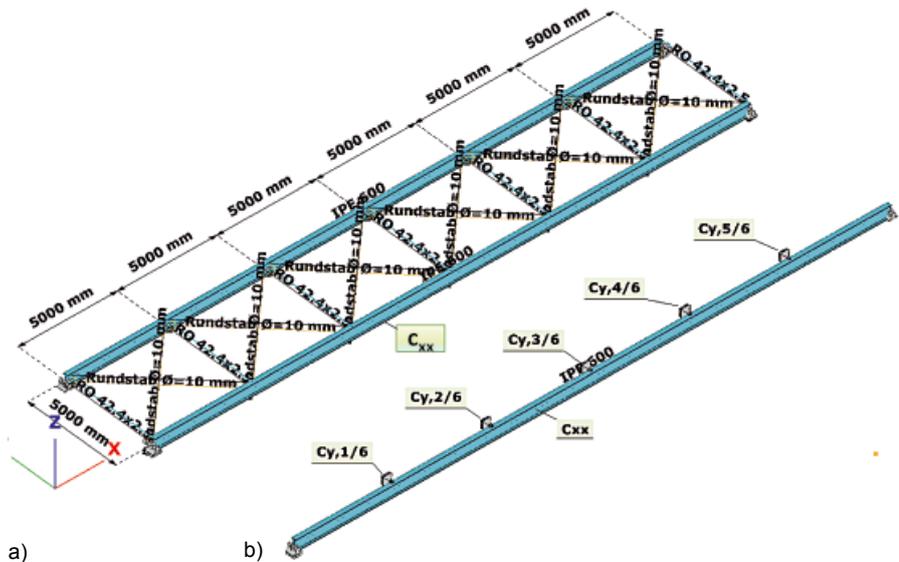


Bild 37. ConSteel-Modellstrukturen des sechsmaschigen Verbandes, a) zwei Träger mit 3D-Verband am Obergurt, b) Ersatzträger mit seitlichen elastischen Punktlagern
 Fig. 37. ConSteel-models with six-field bracing, a) beams with 3D-bracing at the upper flanges, b) one beam with lateral elastic point-supports

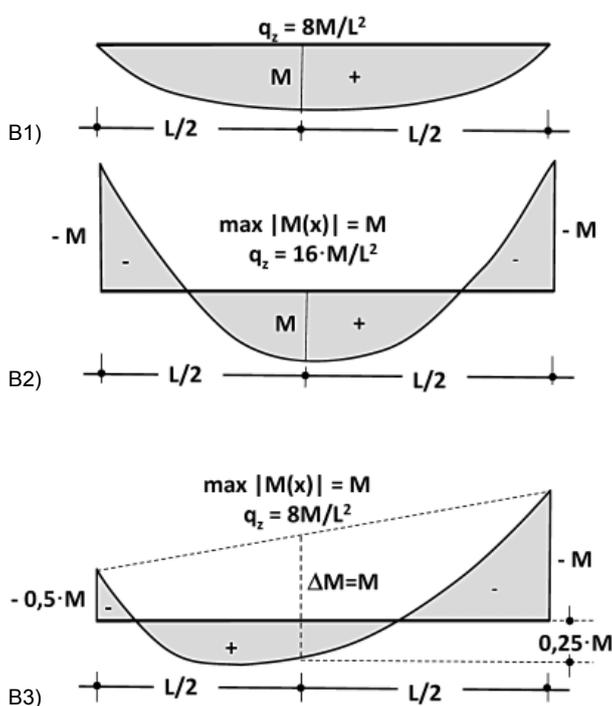


Bild 38. Momentenbeanspruchungen B1 bis B3
 Fig. 38. Moment distributions B1 to B3

Gleichstreckenlast, B2 zu einem Rahmenriegel mit sehr steifen Stützen (eher theoretisches Modell) und B3 simuliert die Momentenverteilung eines Rahmenriegels mit baupraktischen Steifigkeitsverhältnissen Stützen/Riegel mit Gleichstreckenlast auf dem Riegel und Windlast von links (in etwa eine Momentenverteilung der Praxis). In den gabelgelagerten Rechenmodellen sind die Rahmeneckmomente äußere Einwirkungen.

11.5 Ergebnisse

Die Bilder 39a und 39b sowie 40a und 40b zeigen die kritischen Momente $|M_{cr}|$ der drei Beanspruchungen B1 (schwarz), B2 (rot) und B3 (blau) für die Modelle $n = 3$ und $n = 6$. Sie sind im Parameterspektrum der Verbands- bzw. Federsteifigkeiten $0 \leq S^* \rightarrow \infty$ als kontinuierliche Kurven dargestellt. Die ausgezogenen Linien beschreiben das reale 3D-Verbandsmodell und die gestrichelten Linien das ebene Ersatzfedermodell. Zusätzlich sind die Werte für M_{cr} bei der Steifigkeit grenz S^* mit Kreuzen (X) markiert und zahlenmäßig angegeben.

grenz S^* ist hier die Steifigkeit, bei der 95 % von $\max |M_{cr}| = |M_{cr, \text{starr}}|$ erreicht werden (Bild 41). Man erhält mit grenz S^* eine Schlankheit λ_{LT} , die weniger als 3 % größer ist als die bei starrer Punktlagerung, benötigt aber nur Verbandsstäbe mit erheblich geringeren Querschnitten.

$$\begin{aligned}
 &0,95 \cdot \max |M_{cr}| \rightarrow \\
 \lambda_{LT} &= \sqrt{\frac{M_{pl,Rk}}{0,95 \cdot M_{cr, \text{starr}}}} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{0,95}} \cdot \sqrt{\frac{M_{pl,Rk}}{M_{cr, \text{starr}}}} \\
 &= 1,026 \cdot \sqrt{\frac{M_{pl,Rk}}{M_{cr, \text{starr}}}} \\
 &= 1,026 \cdot \lambda_{LT, \text{starr}} \quad (25)
 \end{aligned}$$

11.5.1 System mit drei Verbandsfeldern

Die Bilder 39a und 39b zeigen die Verläufe von $|M_{cr}|$ für den IPE 330-Träger mit dreimaschigem Verband, wobei Bild 39a die Verläufe ohne Drehbetung und Bild 39b mit der Drehbetung $c_{xx} = 6,5 \text{ kNm/m}$ zeigen. Sofort auffällig ist die hervorragende Übereinstimmung des 3D-Systems mit rea-

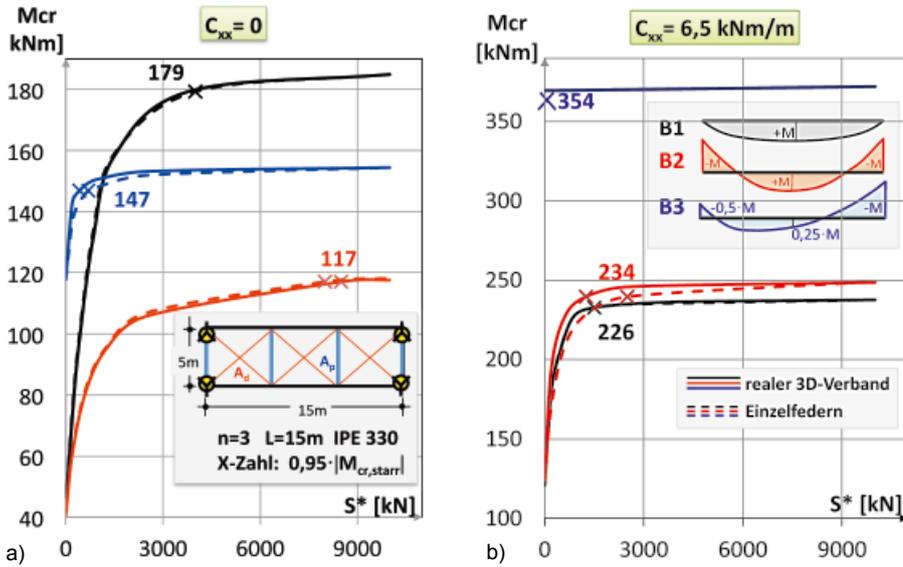


Bild 39. $\text{Max } |M_{cr}|$ der Träger mit dreimaschigem Verband in Abhängigkeit der Verbandsteifigkeit S^* und der Momentenbeanspruchungen B1 bis B3, a) ohne Drehfeder-Stabilisierung, b) mit Drehfeder-Stabilisierung
 Fig. 39. $\text{Max } |M_{cr}|$ beams with three-field bracing as function of the bracing stiffness S^* and moment distributions B1 to B3, a) without continuous rotational elastic support, b) with continuous rotational elastic support

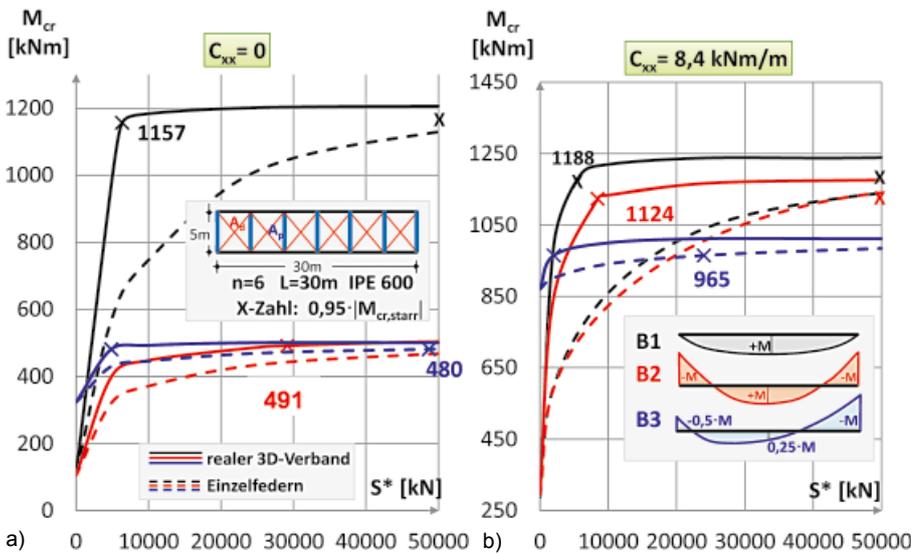


Bild 40. $\text{Max } |M_{cr}|$ der Träger mit sechs-maschigem Verband in Abhängigkeit der Verbandsteifigkeit S^* und der Momentenbeanspruchungen B1 bis B3, a) ohne Drehfeder-Stabilisierung, b) mit Drehfeder-Stabilisierung
 Fig. 40. $\text{Max } |M_{cr}|$ beams with six-field bracing as function of the bracing stiffness S^* and moment distributions B1 to B3, a) without continuous rotational elastic support, b) with continuous rotational elastic support

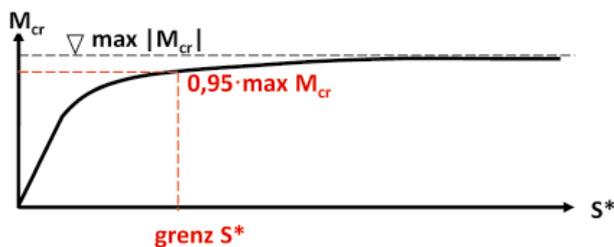


Bild 41. Zur Definition von grenz S^*
 Fig. 41. Definition of grenz S^*

lem Verband zu dem 2D-Träger mit dem Punktfedermodell im gesamten S^* -Spektrum. Sowohl ohne als auch mit Drehbettung steigen die kritischen Maximalmomente $|M_{cr}|$ der Beanspruchungen B1 und B2 von den niedrigen Werten des unausgesteiften ($S^* = 0$) Trägers sehr schnell auf das Doppelte bis Dreifache an. Bei Beanspruchung B3 gibt es wesentlich geringere Feldmomente und damit geringere Druckkräfte im stabilisierten Obergurt, sodass bereits bei dem unversteiften System und ohne Drehbettung ein M_{cr} von ca. 120 kNm erreicht wird, sich dafür aber keine starken Steigerungen mit wachsendem S^* ergeben.

Die Drehbettung $c_{xx} = 6,5 \text{ kNm/m}$ verändert das Verhalten bei allen Beanspruchungen (Bild 39b). $|M_{cr}|$ steigt sich bei den Beanspruchungen B1 und B2 im gesamten Parameterbereich von S^* , bei kleineren S^* -Werten mehr als bei großen. Die Beanspruchung B1 erhält allerdings bei großen S^* -Werten deutlich kleinere Zuwächse. B1 und B2 verhalten sich nun in etwa gleichartig. Bei B3 ist die Drehfederwirkung für $S^* = 0$ am deutlichsten (M_{cr} : ca. 120 kNm \rightarrow 370 kNm), sodass sich bereits hier mehr als 95 % des Wertes von $M_{cr, \text{starr}}$ einstellt und sich ein Verband als zusätzliche Stabilisierung erübrigt.

11.5.2 System mit sechs Verbandsfeldern

Die Bilder 40a und 40b zeigen die Verläufe von $|M_{cr}|$ für den IPE 600-Träger mit sechs-maschigem Verband. Hier sind die Abweichungen zwischen den Ergebnissen des realen 3D-Verbandes zu dem 2D-Ersatzmodell mit Einzelfedern bei allen Beanspruchungen sehr deutlich. Alle Kurven zeigen, dass das 2D-Ersatzmodell bei gleichem S^* konservative Ergebnisse für M_{cr} liefert. Aber gerade im baupraktischen Bereich stellen sich sowohl mit und ohne Drehfeder die größten Unterschiede ein. Beispielsweise ergibt der Fall B1 bei der realistischen Steifigkeit $S^* = 6370$ für das 3D-Verbandsmodell bereits $M_{cr} = 1157 \text{ kNm}$ und damit 95 % des maximal erreichbaren $M_{cr, \text{starr}}$ bei starr angenommener Seitenhalterung. Das 2D-Punktfedermodell bei $S^* = 6370$ nur ca. $M_{cr} = 600 \text{ kNm}$ bzw. $S^* = 67500 \text{ kN}$ ist notwendig, um $M_{cr} = 1157 \text{ kNm}$ zu errei-

Tabelle 22. Kritische Momente der Beanspruchung B1
Table 22. Critical Moments of moment distribution B1

Modell: n=6 L=30m IPE 600 c _{xx} = 0 Beanspruchung B1									
starre Seitenhalterung: S* = ∞ → α _{cr,op} = 2,71 → max M _{cr,starr} = 1219,5 kNm									
realer Verband				Punktfedermodell nach [T1/14]					
Ø d [mm]	S* [kN]	α _{cr,op} [/]	max M _{cr} [kNm]	c _y [kN/m] mit S*/2			S* [kN]	α _{cr,op} [/]	max M _{cr} [kNm]
				c _{y,1/6,5/6}	c _{y,2/6,4/6}	c _{y,3/6}			
0	0	0,24	108,0	0	0	0	0	0,24	108,0
9,5	4870	2,16	972,0	195	122	108	4870	1,26	567,0
11,0	6370	2,57	1156,5	400	250	222	10000	1,66	747,0
14,2	10000	2,63	1183,5	1000	625	556	25000	2,25	1012,5
26,3	25000	2,67	1201,5	1949	1218	1083	48700	2,50	1125,0
57,0	48700	2,68	1206,0	2700	1688	1500	67500	2,57	1156,5
	67500	2,68	1206,0	4240	2650	2356	106000	2,63	1183,5

chen (→X-Markierungen der schwarzen Kurven in Bild 40a und blaue Zahlen in Tabelle 22).

11.5.3 Mindeststeifigkeiten grenz S*

Bei den Systemen mit n = 3 sind die Werte grenz S* auch bei Fehlen der Drehbettung (außer im Fall B2) sehr niedrig und baupraktisch erreichbar. Es ist also hier gerechtfertigt, bei nicht zu weichen Verbänden eine starre Seitenhalterung am Obergurt anzunehmen. Ein vergleichbares Ergebnis ergibt sich nach [40] auch für n = 2. Ab n = 4 (s. [40]) kann man nicht einmal bei vorhandener Drehbettung starre Seitenhalterung unterstellen, weil insbesondere bei dem 2D-Punktfedermodell die erforderlichen Mindeststeifigkeiten grenz S* mit realen Verbänden baupraktisch nicht erreichbar sind. Mit einem realen 3D-Verbandsmodell sind 95 % von |M_{cr,starr}| mit realen Verbänden erreichbar.

Ausblick

In Teil 3 werden dreidimensionale Konstruktionen untersucht. Mit der Allgemeinen Methode können alle Stabilitätsnachweise am Gesamtsystem erfolgen. Mit Hilfe der in ConSteel implementierten Methode der Stabilitätssensitivität können am 3D-Ge-

samtmodell alle stabilitätsrelevanten Bauteile, ihre möglichen Versagensformen und für alle Einwirkungen und Einwirkungskombinationen gleichzeitig determiniert werden.

Literatur

- [38] *Laumann, J. E.*: Zur Berechnung der Eigenwerte und Eigenformen für Stabilitätsprobleme des Stahlbaus. Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr Universität Bochum, Düsseldorf: VDI Verlag 2003.
- [39] *Greiner, R., Aswandy, A.*: Design of members under bending and axial compression with intermediate lateral restraints – Numerical simulations and application of EC3. 4th European Conference on Steel and Composite Structures. Eurosteel 2005, Maastricht.
- [40] *Rubert, A., Bodenbun, J.*: Die stabilisierende Wirkung von 3D-Verbänden beim Biegedrillknicknachweis im Vergleich zu vereinfachten 2D-Modellen. (in Vorbereitung).
- [41] Consistency of the equivalent geometric imperfections used in design and the tolerances for geometric imperfections used in execution. Background Report CEN/TC250-CEN/TC135. February 2010.
- [42] *Beier-Tertel, J.*: Geometrische Ersatzimperfectionen für Tragfähigkeitsnachweise zum Biegedrillknicken von Trägern aus Walzprofilen. Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen, Institut für

Konstruktiven Ingenieurbau, Dissertation an der Ruhr Universität Bochum, 2008.

- [43] *Kindmann, R., Beier-Tertel, J.*: Geometrische Ersatzimperfectionen für das Biegedrillknicken von Trägern aus Walzprofilen – Grundsätzliches. Stahlbau 79 (2010), H. 9, S. 689–697.
- [44] *Papp, F., Rubert, A., Szalai, J.*: DIN EN 1993-1-1-konforme integrierte Stabilitätsanalysen für 2D/3D-Stahlkonstruktionen (Teil 1). Stahlbau 83 (2014), H. 1, S. 1–15.

Autoren dieses Beitrages:

Prof. Dr.-Ing. Ferenc Papp,
Budapest University of Technology
and Economics,
Department of Structural Engineering,
H-1111 Budapest,
Müegyetem rakpart 3. Kmf. 85,
fpapp@epito.bme.hu

Prof. Dr.-Ing. Achim Rubert,
HWAK Hochschule
für Angewandte Wissenschaft und Kunst,
(University of Applied Sciences and Arts),
Hildesheim/Holzminden/Göttingen,
Fachgebiet Baustatik und Stahlbau,
Haarmannplatz 3, D-37603 Holzminden und
Hohnsen 2, D-31134 Hildesheim,
rubert@hawk-hhg.de

Dr.-Ing. József Szalai,
ConSteel Solutions Ltd.,
Mester utca 87,
H-1095 Budapest,
jozsef.szalai@ConSteelsoftware.com