

**04**  
**2017**

# Konstruktiver Ingenieurbau

## **Grundbau**

Erschütterungsarme Ausführung  
von Fertigrammpfählen  
aus Stahlbeton

## **Stahlbetonbau**

Hinweise zur sinnvollen  
Abschätzung der Verformungen  
von Stahlbetonbauteilen

## **Glasbau**

Gekrümmte direkt  
verglaste Stahlstruktur

## **Holzbau**

Leicht, schlank  
und trocken gekoppelt

## **Stahlbau**

Analyse- und Nachweisformate  
des Biegedrillknickens stählerner  
Rahmen

Qualitätsanforderungen bei der  
Herstellung von geschweißten  
Stahlbauten

## **Baudynamik**

Lärmschutzelemente  
aus Aluminium-Strangpressprofilen



# Stahl bau



# Analyse- und Nachweisformate des Biegedrillknickens stählerner Rahmen

Die Mär vom „sicheren“ Ersatzstabnachweis

## Einleitung

Mit der Einführung der Eurocodes wurde die bis dato für Deutschland unbekannt fortgeschrittliche/zukunftsweisende räumliche Stabilitätsanalyse und Nachweismethode des sog. „Allgemeinen Verfahrens“ der DIN EN 1993-1-1 [1], Kapitel 6.3.4 im Stahlbau eingeführt.

Der Aufsatz zeigt anhand eines einfachen Rahmens die Vorgehensweise und deren herausragende Vorteile für Stabilitätsnachweise mit Verformungen aus der Tragwerksebene am Gesamtrahmen und an herausgetrennten Einzelstäben. Zusätzlich wird das Nachweisformat mit Ersatzstäben gemäß [1], Kapitel 6.3.2 bzw. 6.3.3 (sog. „Ersatzstabverfahren“) gegenübergestellt, sodass die Vor- und Nachteile der Nachweisformate diskutiert sowie eine Bewertung der Ergebnisse durchgeführt werden können.

Alle Berechnungen wurden mit der Software ConSteel [P1] durchgeführt, die sowohl die Nachweise nach 6.3.4 „Allgemeines Verfahren“ als auch die Nachweise nach 6.3.1 bis 6.3.3 „Ersatzstabverfahren“ vollständig implementiert hat. Weiterführende Informationen zum „Allgemeinen Verfahren“ finden sich z.B. in [4–7].

## Verwendete Nachweismethoden und -formate

Tabelle 1 zeigt eine Übersicht der verwendeten Nachweismethoden und -formate, die in den Kapiteln 5.2, 5.3 und 6.3 von [1] zu finden sind. Nützliche Erläuterungen finden sich auch im Kommentar zur Norm [3]. Die Stabilitätsanalyse in der Tragwerksebene (Biegeknicken) erfolgt zweckmäßig über den zusätzlichen Ansatz einer

Schiefstellung, einer Vorkrümmung und Querschnittsnachweisen mit den elastisch berechneten Schnittgrößen nach Theorie 2. Ordnung (Methode (b1) nach [1], 5.2.2 (7b) und [3], Bild III.5-12) sowie  $\gamma_{M1} = 1,1$ , sodass sich Knicklängenberechnungen in der Tragwerksebene erübrigen. In Bild III.5-12 fehlen allerdings Informationen zum Biegedrillknicknachweis des Riegels. Bei verdrehweichen Stäben ist das Biegeknickversagen in der Ebene im vorliegenden Beispiel und auch sonst meistens nicht bemessungsrelevant, sodass hier nicht detailliert darauf eingegangen wird.

Die Stabilitätsanalysen und -nachweise für Versagen aus der Ebene (Biegeknicken um die z-Achse und/oder Biegedrillknicken) erfolgen mit den folgenden Nachweisformaten:

- a. „Allgemeines Verfahren“ gemäß [1], Kapitel 6.3.4 am Gesamttragwerk
  - I.1) mit der Einschränkung des deutschen NAs [2] (mit  $\chi_{op}$  als Minimum von  $\chi_z$  und  $\chi_{1T}$ ), mit Nachweis (6.63) oder (6.65), die zu identischen Ergebnissen führen
  - I.2) ohne die Einschränkung des deutschen NAs [2] (Interpolation zwischen  $\chi_z$  und  $\chi_{1T}$ ), mit Nachweis (6.66)

Tabelle 1: Verwendete Nachweismethoden und -formate

		Nachweisformate
Nachweismethode (b1)	in der Rahmenebene	– Ansatz globaler ( $\phi$ ) und lokaler ( $e_{o,z}$ ) Imperfektionen – Berechnung der Beanspruchungen $N_{Ed}$ , $V_{z,Ed}$ und $M_{y,Ed}$ nach Theorie 2. Ordnung – <b>elastische Querschnittsnachweise nach 6.2.1 oder plastische Querschnittsnachweise nach 6.2.8/6.2.9/6.2.10</b>
	⊥ zur Rahmenebene	– Beanspruchungen $N_{Ed}$ und $M_{y,Ed}$ nach Theorie 2. Ordnung (s.o.) – keine(!) Imperfektionen ⊥ zur Rahmenebene – <b>kombinierter Biegeknick- und Biegedrillknicknachweis nach 6.3.4 mit den Nachweisformaten (6.63)/(6.65) oder (6.66)</b> – Nachweis am Gesamtrahmen <b>oder</b> an den Bauteilen Riegel und Stützen – Knicklänge $L_{cr,z}$ ist Stablänge – Biegeknicken und Biegedrillknicken mit dem Nachweisformat (6.62) und den Stabendmomenten der Rahmenberechnung nach Theorie 2. Ordnung
Nachweismethode (c)	in der und ⊥ zur Rahmenebene	– keine Vorverformungen – Berechnung der Beanspruchungen $N_{Ed}$ und $M_{y,Ed}$ nach Theorie 1. Ordnung – Knicklängenberechnung am Gesamtsystem ( $L_{cr,y} = \beta_y \cdot L$ und $L_{cr,z} = L$ ) – <b>Biegedrillknicknachweis mit dem Nachweisformat (6.54) für den Riegel und Ersatzstabnachweise mit dem Nachweisformat (6.61)/(6.62) für die Stützen</b>

# Stahlbau

- b. „Allgemeines Verfahren“ gemäß [1], Kapitel 6.3.4 an Einzelstäben, die als aus dem Tragwerk herausgeschnitten gedacht werden
  - II.1) mit den individuellen kritischen Laststeigerungsfaktoren  $\alpha_{cr,op}$  jedes Bauteils
  - II.2) mit dem minimalen Vergrößerungsfaktor  $\alpha_{cr,op}$  aller Bauteile
- c. „Ersatzstabnachweise“ gemäß [1], Kapitel 6.3.2 bzw. 6.3.3 an einzelnen Bauteilen gemäß b.

## Rahmentragwerk

Es wird ein Zweigelenkrahmen (Bild 1) aus verdrehweichen Stützen- und Riegelprofilen IPE360 aus S235 mit Einwirkungen in der Rahmenebene und Biegemomenten um die starke Achse betrachtet. Die beiden Stützenfüße sind gegen Verschiebungen in alle Richtungen starr gehalten. Zudem sind dort verdrehstarre, aber wölbefreie Halterungen (Gabelagerung) um die lokale Stabachse  $x$  vorhanden. Da ein ebenes Tragwerk (2D) mit möglichen 3D-Versagensformen (Biegeknicke aus der Ebene und Biegedrillknicken) vorliegt, werden zusätzliche Halterungen senkrecht zur Rahmenebene benötigt. Hierzu wird an jedem Stützenkopf im Kreuzungspunkt der Schwerachsen von Stütze und Riegel ein unverschiebliches Lager in lokaler  $y$ -Richtung der Stäbe angebracht, was näherungsweise z.B. der horizontalen Haltewirkung eines sehr steifen Vertikalverbandes entspricht. In den Rahmenecken sind in Höhe der Riegelflansche horizontale Steifen an den Stützenstegen angeschweißt, womit sich nach der Klassifizierung von DIN EN 1993-1-8 eine biegestarke Ecke ergibt. Für das Verhalten der Verwölbung zwischen Riegelende und Stützenkopf liegen auch theoretisch keine exakten Kenntnisse vor. Es wird hier davon ausgegangen, dass sich die Verwölbung zwischen Stützenkopf und Riegelende so fortsetzt, als ob kein Trägerknick vorhanden ist, was später noch begründet wird.

Je Stütze wirkt im Schwerpunkt am Stützenkopf eine vertikal nach unten gerichtete Einzellast von 85 kN. Weiterhin wirkt eine Horizontallast  $H = 38$  kN am Stützenkopf in Achse A in Höhe der Schwerachse des Riegels. Die Einzellasten sind mit ihren Wirkungsrichtungen grün dargestellt. Das Eigengewicht der Profile bleibt unberücksichtigt. Die Stützen besitzen in der Rahmenebene eine Schiefstellung von  $1/200$  und eine sinusartige Vorkrümmung von  $e_{0,z}/L = 1/200$  in Richtung der horizontal wirkenden Knotenlast.

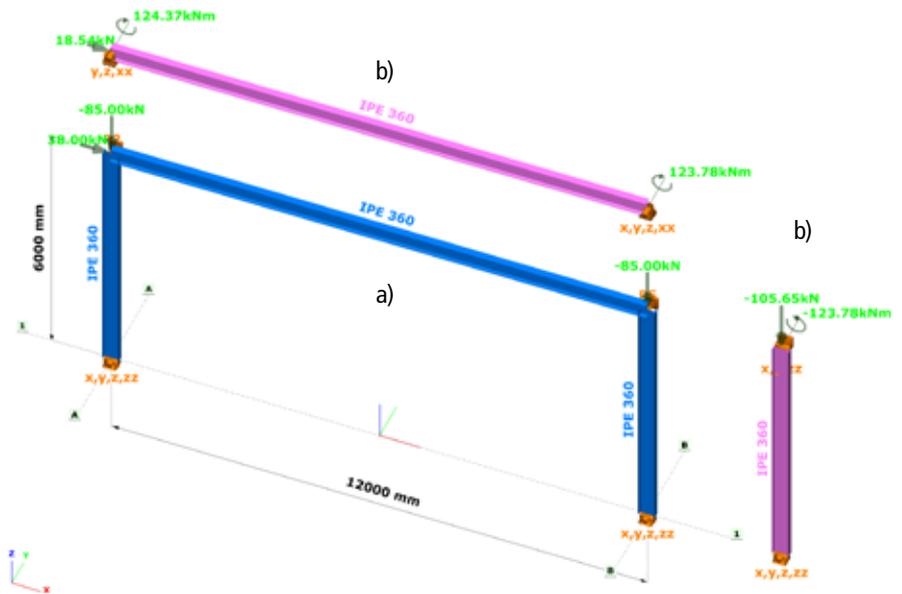


Bild 1: System und Einwirkung – a) Rahmentragwerk; b) Rahmenriegel und -stütze als gabelgelagerte Einzelstäbe mit Randlasten

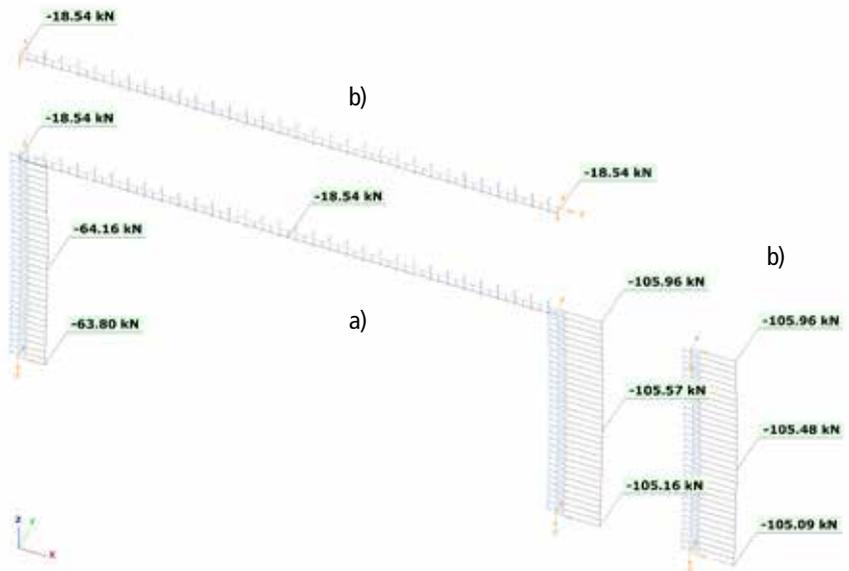


Bild 2: Normalkräfte nach Theorie 2. Ordnung – a) Rahmenberechnung; b) Einzelstabberechnungen

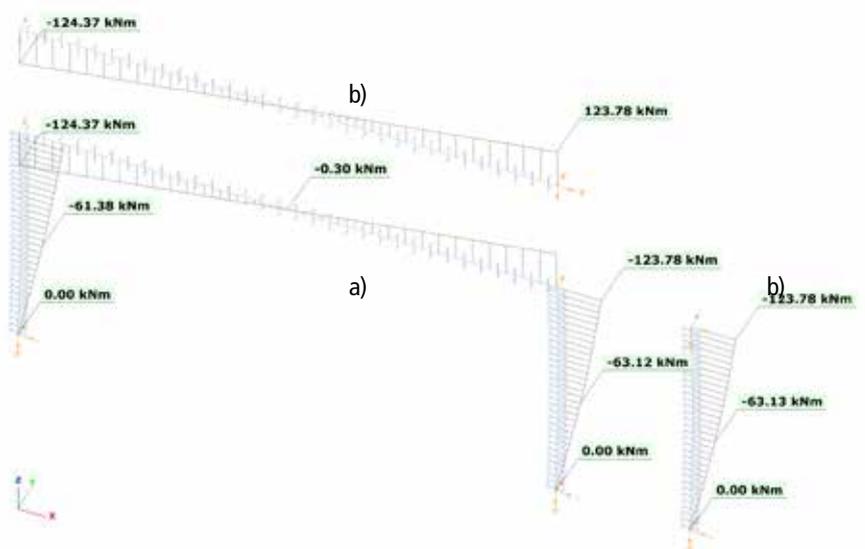


Bild 3: Momente  $M_y$  nach Theorie 2. Ordnung – a) Rahmenberechnung; b) Einzelstabberechnungen

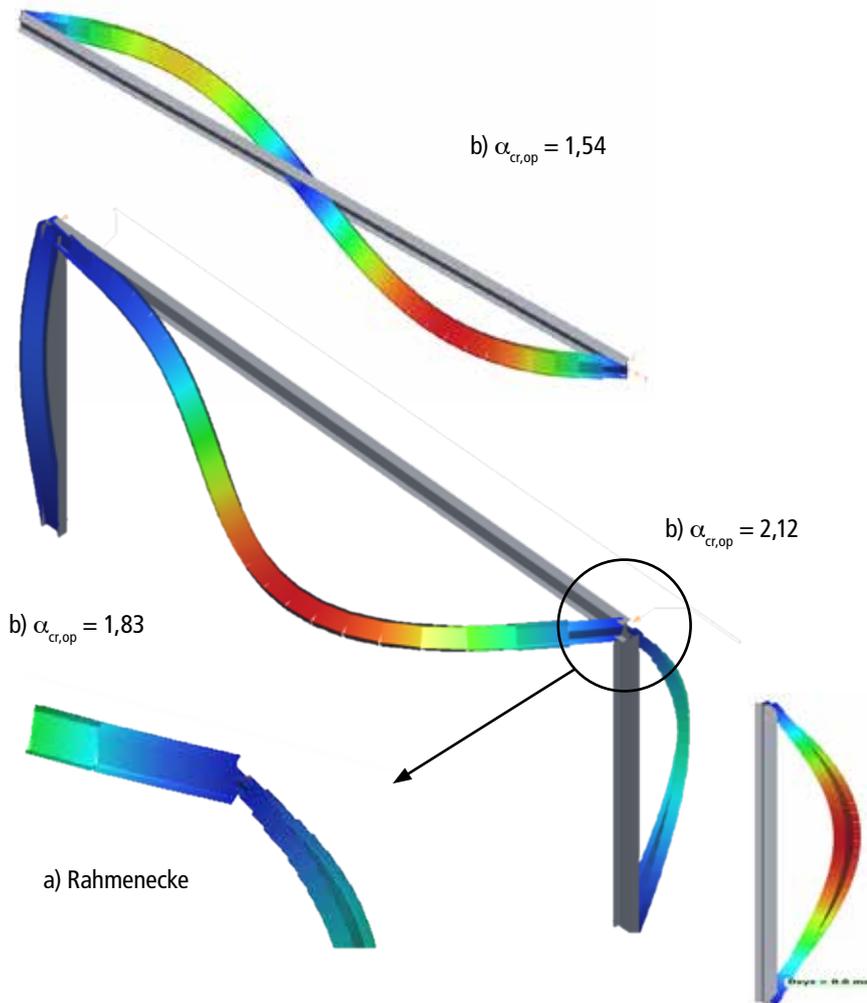


Bild 4: Elastische Eigenformen (Biegetorsion) der niedrigsten Eigenwerte  $\alpha_{cr,op}$   
 a) Rahmen; b) Einzelstäbe Riegel und Stütze

### Tragwerksberechnung – Beanspruchungen und Eigenanalyse

Zur Übersichtlichkeit werden in den Bildern 2 und 3 lediglich die maßgebenden Schnittgrößen  $N$  und  $M_y$  der Theorie 2. Ordnung mitgeteilt, die auch die Grundlage der räumlichen Stabilitätsanalyse und -nachweise (Stabilitätsversagen aus der Tragwerksebene) sind. Teilbild a) zeigt die Ergebnisse der Rahmenberechnung. Der globale Laststeigerungsfaktor  $\alpha_{cr,y}$  des Rahmens zum Erreichen des Biegeknickfalls in der Rahmenebene berechnet sich zu 16,01. Wegen  $H_{Ed}/V_{Ed} = 38/(2 \times 85) = 0,22 > 0,15$  ([1], (5.7)) sind eigentlich keine Stützenschiefstellungen und wegen  $\alpha_{cr,y} > 10$  nur eine Berechnung nach Theorie 1. Ordnung erforderlich.

Bild 4 a) zeigt die elastische Eigenform (Versagenszustand) des ersten (niedrigsten) Eigenwertes des kompletten Rahmens. Deutlich zu erkennen und wesentlich für die nachfolgenden Vergleiche ist das gemeinsame (globale) Versagen von Riegel und Stützen mit gekoppelter Biegung um die schwachen Achsen und Wölbkrafttorsion mit dem unter kombinierten Beanspruchungen  $M_y$  und  $N$  auftretenden Eigenwert  $\alpha_{cr,op} = 1,83$  für Riegel und beide Stützen.  $\alpha_{cr,op}$  ist wesentlich kleiner als der kritische Laststeigerungsfaktor  $\alpha_{cr,y}$  des Biegeknickens des Rahmens in der Ebene. Zur Verdeutlichung der Eigenform ist in dem Bild zusätzlich das unverformte System grau dargestellt. Besonders hervorzuheben ist das Verformungsverhalten der Rahmenecken. Trotz Halterungen der Rahmenecken aus der Ebene verdrehen sich sowohl die Riegelen als auch die Stützenköpfe. Somit liegen dort **keine Gabellagerungen** vor!

Der Biegedrillknicknachweis nach dem „Allgemeinen Verfahren“ gemäß [1], Kapitel 6.3.4 benötigt den kleinsten Eigenwert  $\alpha_{cr,op}$  für den nachzuweisenden Rahmen oder für einzelne Bauteile. Für jenen gibt es keine analytischen Lösungen oder Formeln und daher kann er nur mit geeigneter FE-Software genau berechnet werden. Weiterhin wurden das Balkenmodell des Rahmens in ein engmaschiges Schalenmodell umgewandelt und dort zusätzlich zwei Horizontalsteifen in den Stützenköpfen angeordnet (Bild 5). Die Schattierungen des Rahmenmodells beschreiben die Höhenlinien der räumlichen Eigenform, die ihre Ausprägungen übereinstimmend mit dem Balkenmodell auf der rechten Seite des Tragwerkes hat. Den Eigenwert des Schalenmodells berechnet ConSteel zu  $\alpha_{cr,op} = 1,92$ .

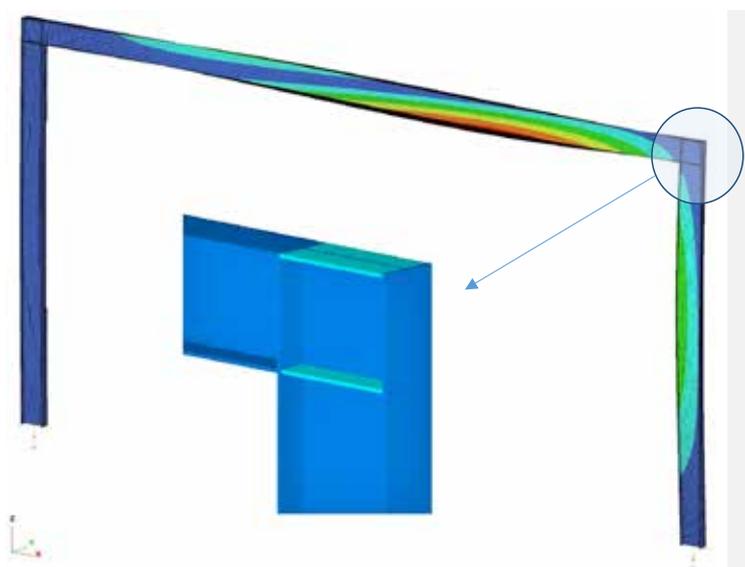


Bild 5: Eigenform des Schalentragwerks bei min  $\alpha_{cr,op} = 1,92$  und Rahmenecke mit Horizontalsteifen

Somit ist bestätigt, dass das Balkenmodell mit Annahme kontinuierlicher Verwölbung an den Rahmecken für die Stabilitätsanalyse gut und sicher ist (siehe auch [7], Abschnitt 3).

## Stabilitätsnachweise

### Nachweismethode (b1)

Der Biegeknicknachweis in der Tragwerkebene mit den Beanspruchungen nach Theorie 2. Ordnung ergibt mit (6.12) eine maximale Querschnittsausnutzung bzgl. der plastischen Momententragfähigkeit von ca. 58 % an der linken Rahmenecke, wobei die Einflüsse der Quer- und Normalkraft zu vernachlässigen sind.

Das „Allgemeine Verfahren“ 6.3.4 für den kombinierten Nachweis des Biegeknickens und des Biegedrillknickens aus der Tragwerkebene ist für die Nachweismethode (b1) eine ideale Ergänzung, da damit auch für das Stabilitätsverhalten aus der Tragwerkebene – in Analogie zum Nachweis in der Ebene – ein normkonformer Nachweis für das Gesamttragwerk geführt wird. Es ist bei rahmenartigen Tragwerken den Ersatzstabnachweisen nach 6.3.1 bis 6.3.3 erheblich überlegen, da kaum Einschränkungen bestehen. Beispielsweise können beliebige Voutenträger und Lagerungsbedingungen vorliegen. Auch der Rechengang ist wesentlich kürzer und übersichtlicher. Entscheidend aber ist, dass mit dem kritischen elastischen Laststeigerungsfaktor  $\alpha_{cr,op}$  das mechanische Stabilitätsversagen von Einzelbauteilen und Gesamttragwerken unter kombinierter Beanspruchung N und  $M_y$  genauer erfasst wird.

### Gesamtrahmen

Die Stabilitätsnachweise aus der Ebene nach [1], Kapitel 6.3.4, Nachweis (6.63) bzw. (6.65) ergeben die in Bild 6 a1) gezeigte Ausnutzung  $u_{6.3.4}/\chi_{OP}$  an allen Stellen des Rahmens. Mit den von ConSteel errechneten und in der Tabelle 2 aufgelisteten Detail-Parametern für die maßgebenden Nachweisstellen am Riegelende und Stützenkopf können die Nachweise auch händisch nachvollzogen werden. Die zum Nachweis der maximalen Stabilitätsausnutzung notwendige Querschnittsausnutzung  $u_{ult,k} = 1/\alpha_{ult,k}$  mit den Schnittgrößen der Theorie 2. Ordnung stellt sich am rechten Stützenkopf ein. Mit der Einschränkung,  $\chi_{OP}$  als Minimum von  $\chi_z$  und  $\chi_{LT}$  zu benutzen, ist der deutsche Nationale Anhang hinsichtlich 6.3.4 berücksichtigt. Der Nachweis am Stützenkopf zeigt:

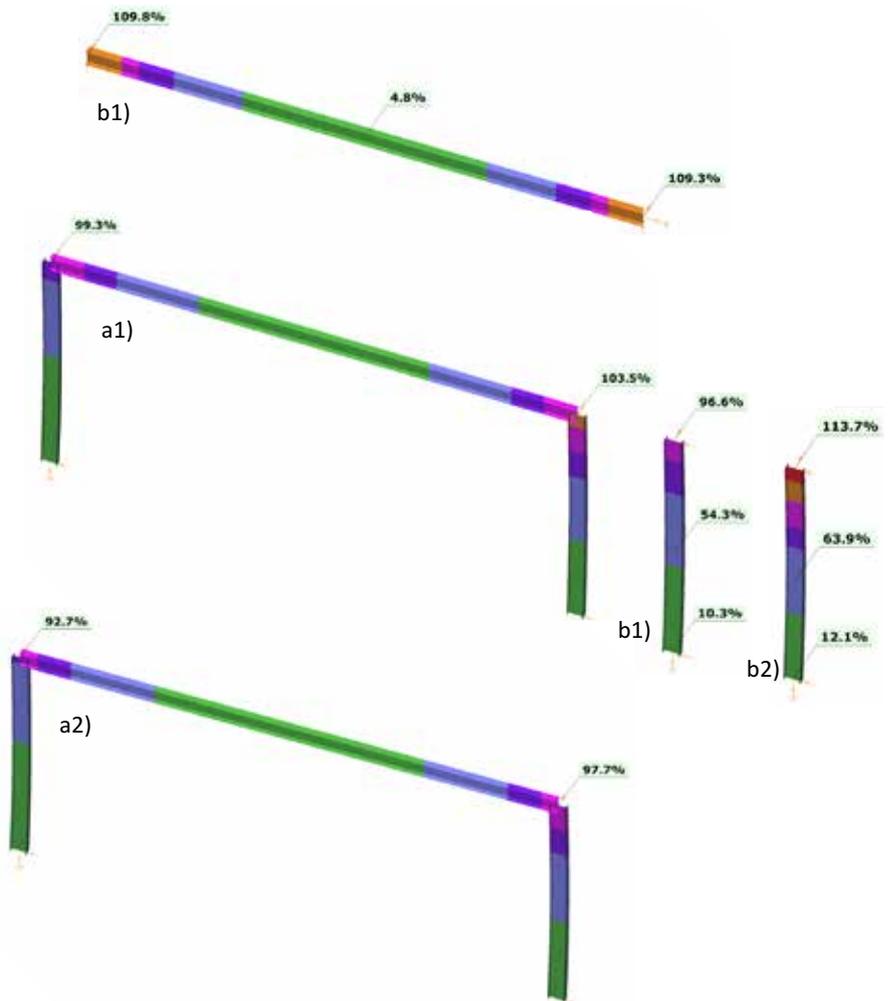


Bild 6: Verlauf der Ausnutzungen  $u_{6.3.4}/\chi_{OP}$  gemäß Nachweisformat 6.3.4  
 a1) Rahmen mit Nachweisformat (6.65/ $\chi_{OP}$ )  
 a2) Rahmen mit Nachweisformat (6.66/ $\chi_z$  und  $\chi_{LT}$ )  
 b1) Einzelstäbe Riegel und Stütze mit Nachweisformat (6.65/ $\chi_{OP}$ )  
 b2) Einzelstäbe Riegel und Stütze mit Nachweisformat (6.65/ $\chi_{OP}$  & min  $\alpha_{cr,op}$ )

$$\alpha_{ult,k} = \frac{1}{\frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk}}} = \frac{1}{\frac{106,0}{1709,1} + \frac{123,8}{239,5}} = 1,73$$

$$\chi_{op} = \min[\chi_z(\bar{\lambda}_{op}); \chi_{LT}(\bar{\lambda}_{op})] = 0,615$$

Ausnutzung der Nachweisgleichung (6.65):

$$\bar{\lambda}_{op} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult}}{\alpha_{cr,op}}} = \sqrt{\frac{1,73}{1,83}} = 0,972$$

$$u_{6.3.4}/\chi_{OP} = \frac{106}{\frac{0,615 \cdot 1709,1}{1,1}} + \frac{123,8}{\frac{0,615 \cdot 239,5}{1,1}} = 1,035$$

Nach Meinung der Autoren ist diese Einschränkung allerdings nicht erforderlich, siehe auch vergleichende Ergebnisse aus [4]–[8]. Daher werden in Bild 6 a2) noch die Ausnutzungen  $u_{6.3.4}/\chi_z + \chi_{LT}$  des Rahmens gezeigt, wenn anstelle von  $\chi_{OP}$  die Interpolation zwischen  $\chi_z$  und  $\chi_{LT}$  verwendet wird. Damit ergibt sich in diesem Falle eine um 5,0 % wirtschaftlichere und zulässige Ausnutzung, wobei die Abweichung bei anderen Systemen auch weniger oder mehr betragen kann.

### Vergleich zu einer fiktiven 3D-Struktur

Jetzt wird der zuvor nachgewiesene Einzelrahmen innerhalb einer möglichen 3D-Hallenkonfiguration nachgewiesen. Bild 7 zeigt eine fiktive Halle mit druckschlaffen Verbandsdiagonalen aus 12-mm-Rundstählen und Druckrohren 88,9 x 3 mm sowie rechts die erste Eigenform des Rahmens mit einem Eigenwert von  $\alpha_{cr,op} \approx 1,78$ . Die Eigenform ist exemplarisch für den Rahmen in den Achsen 1 und 4 dargestellt. Gleiche Eigenformen und zugehörige Eigenwerte

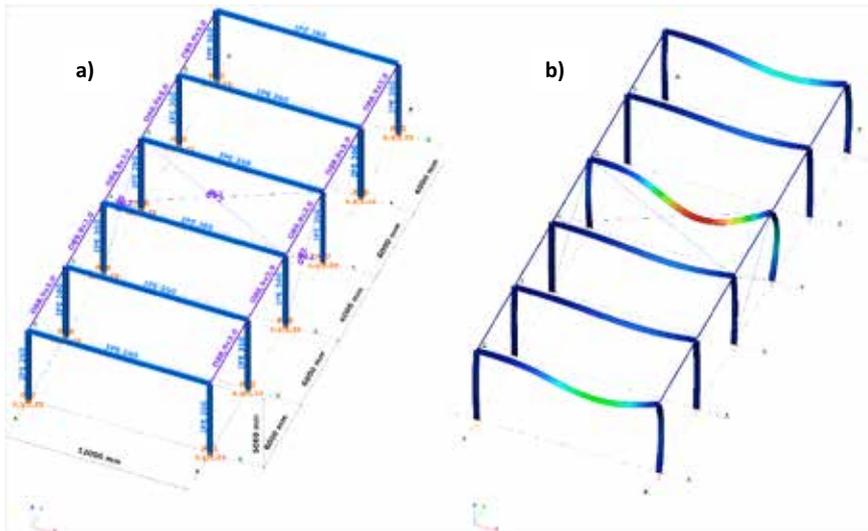


Bild 7: 3D-Hallenkonfiguration mit Verbänden im Mittelfeld der Halle  
a) Hallenkonstruktion, b) Eigenform zu  $\min \alpha_{cr,op} \approx 1,78$

**Tabelle 2: Zusammenstellung der Nachweisparameter des „Allgemeinen Verfahrens“ (6.63)/(6.65)**

	Allgemeines Verfahren 6.3.4 - (6.63)/(6.65)				
	am Rahmen		an den Einzelstäben		
①	①	②	③	④	⑤
Parameter	Riegel	Stütze	Riegel	Stütze	Stütze ( $\min \alpha_{cr,op}$ )
$u_{6.3.4}/\chi_{OP}$	0,993	1,035	1,098	0,966	1,137
$\alpha_{ult,k}$	1,886	1,728	1,886	1,728	1,728
$\alpha_{cr,op}$	1,830	1,830	1,540	2,120	1,540
$\lambda_{op}$	1,015	0,972	1,107	0,903	1,059
$\alpha$	0,340				
$\Phi$	1,154	1,103	1,267	1,027	1,207
$\chi_{op} = \min[\chi_{y}, \chi_{LT}]$	0,587	0,615	0,531	0,659	0,560
$\alpha_{LT}$	0,490				
$\Phi_{LT}$	1,037	0,994	1,132	0,929	1,082
$\lambda_0$	0,400				
$\beta$	0,750				
$N_{Ed}$ [kN]	-18,50	-106,00	-18,50	-106,00	-106,00
$M_{y,Ed}$ [kNm]	-124,40	-123,80	-124,40	-123,80	-123,80
$N_{Rk}$ [kN]	1709,10				
$M_{y,Rk}$ [kNm]	239,50				
$\gamma_{M1}$	1,10				

ergeben sich nur wegen der Gleichförmigkeit der Konstruktion auch für die anderen Rahmen. Der Vergleich zwischen „2D“-Rahmen und komplettem „3D“-Modell zeigt sehr gute Übereinstimmungen der Eigenformen und Eigenwerte. Die kleine Abweichung bei  $\alpha_{cr,op}$  erklärt sich durch die horizontale Nachgiebigkeit der Vertikalverbände im Vergleich zur Starrlagerung des Einzelrahmens.

### Herausgeschnittene Bauteile (Einzelstäbe)

#### Vorgehensweise

Der Riegel sowie die Stütze in Achse B (die andere Stütze ist weniger beansprucht) werden jetzt als Einzelbauteile betrachtet, die aus dem Tragwerk herausgeschnitten sind (Bild 1 b)). Der Schwachpunkt dieser Methode ist die Lagerung der Stabenden in (genereller) Unkenntnis der mechanisch korrekten gegenseitigen Abstützung von Stütze und Riegel. Seit Jahrzehnten wird üblicherweise „starre Gabellagerung“ angenommen, obwohl die Eigenform des Rahmens (Bild 4 a) sowohl Verdrehungen des Stützenkopfes als auch der Riegelenden besitzt und somit die Randbedingungen für ein „starrs Gabellager“ nicht gegeben sind. Als äußere Einwirkungen werden die in den Rahmenecken freigeschnittenen Beanspruchungen der Theorie 2. Ordnung angesetzt, um den Schnittgrößenverlauf aus dem Rahmentragwerk möglichst genau abzubilden.

#### Einzelstabberechnungen – Beanspruchungen und Eigenanalyse

Die Schnittgrößen der Bauteile sind gegenüber der Rahmenberechnung praktisch identisch (Bilder 2 b) und 3 b)). Bild 4 b) zeigt die sich unabhängig voneinander ausgebildeten ersten Eigenformen von Riegel und Stütze. Zur Verdeutlichung ist zusätzlich noch das unverformte System grau schattiert dargestellt. Wegen den gekoppelten seitlichen Verformungen und Torsionsverdrehungen liegt wiederum als maßgebender Stabilitätsfall Biegedrillknicken unter kombinierter Beanspruchung  $N$  und  $M_y$  vor. Die Eigenformen der Einzelstäbe weichen signifikant von der des Rahmens ab. Die zugehörigen Eigenwerte ergeben sich zu  $\alpha_{cr,op} \approx 1,54$  für den Riegel und zu  $\alpha_{cr,op} \approx 2,12$  für die Stütze. Beide Eigenwerte der Einzelstäbe weichen ebenfalls signifikant von dem Eigenwert des Rahmentragwerks  $\alpha_{cr,op} \approx 1,83$  ab. Der Eigenwert des Riegels ist kleiner als der des Rahmens und somit auf der sicheren Seite. Bei der Stütze

hingegen ergibt sich ein deutlich höherer Eigenwert, was gegenüber der genaueren Rahmenberechnung beim Nachweis zu einer geringeren Ausnutzung und damit zu einer Überschätzung der Tragfähigkeit führen wird.

**Stabilitätsnachweise nach dem „Allgemeinen Verfahren“**

Die getrennt für Riegel und Stütze geführten Stabilitätsnachweise aus der Ebene nach [1], Kapitel 6.3.4, Nachweis (6.65) ergeben die in Bild 6 b1) aufgeführten Ausnutzungen. Mit diesem Nachweisformat kann sehr einfach die Forderung erfüllt werden, dass für zusammentragende Bauteile (hier die Stützen und Riegel als Rahmen) derjenige Einzelstab für alle Bauteile maßgebend ist, der die größte Ausnutzung im Stabilitätsnachweis hat (hier der Riegel). Man benutzt nun einfach den kleinsten Wert  $\alpha_{cr,op}$  aller Bauteile für jeden der Einzelstäbe. Für die Stütze sind in Bild 6 b) die Unterschiede der Ausnutzungen dargestellt, wobei Bild 6 b1) die Ausnutzung mit dem größeren (separaten) Eigenwert und Bild 6 b2) mit dem kommentarkonformen kleinsten Eigenwert zeigt. Jetzt sind beide Bauteile im Nachweis deutlich überschritten, was eine Profilerhöhung zur Folge hätte und damit im Vergleich zum Nachweis des Rahmens zu einem unwirtschaftlichen, aber sicheren Ergebnis führt (Tabelle 2, Spalte ⑤ und Tabelle 3, Spalte ②).

**Nachweismethode c („Ersatzstabverfahren“)**

Die seit Jahrzehnten geführten (und als sicher eingestuft) Stabilitätsnachweise als sog. „Ersatzstabsnachweise“ gegen Stabilitätsversagen in und aus der Ebene an beidseitig gabelgelagerten Einzelstäben nach [1], Kapitel 6.3.2 bzw. 6.3.3 werden mit den Normalkräften nach Theorie 1. Ordnung und den Rahmeneckmomenten nach der Theorie 2. Ordnung ohne Vorverformungen geführt. Mit [P1] ergeben sich die genaue Knicklänge der rechten Rahmenstütze zu  $L_{cr} = 2,35 \times 6,0 \text{ m} = 14,10 \text{ m}$  und damit die folgenden Ausnutzungen (Tabelle 3, Spalte ④):

Nachweis (6.54) am Riegelende:

$$\max u_{6.54} = 0,814$$

Nachweis (6.61) am Stützenkopf:

$$\max u_{6.61} = 0,769$$

(mit  $C_{my} = 0,9$  und  $k_{yy} = 0,97$ )

Nachweis (6.62) am Stützenkopf:

$$\max u_{6.62} = 0,878$$

(mit  $C_{mLT} = 0,6$  und  $k_{zy} = 0,93$ )

**Tabelle 3: Zusammenfassung der Ausnutzungen verschiedener Nachweisformate der Stabilität**

Bauteil & System	$\alpha_{cr,op}$	Ausnutzung		
		$u_{6.3.4}$		$u_{6.3.2/6.3.3}$
		Nachweis (6.65) mit $\chi_{op} = \min[\chi_z; \chi_{LT}]$	Nachweis (6.66) mit $\chi_z$ und $\chi_{LT}$	Nachweis (6.54) bzw. (6.61 und 6.62)
①	①	②	③	④
Riegel im Rahmen	1,83	0,993	0,927	/
Riegel als Einzelstab	1,54	1,096	1,012	(6.54): 0,814
<b>Stütze im Rahmen</b>	<b>1,83</b>	<b>1,035</b>	0,977	/
Stütze als Einzelstab	2,12 1,54	0,966 1,137	0,917 1,064	<b>(6.61): 0,769</b> <b>(6.62): 0,878</b>

Sie liegen deutlich unter 100 %, woraus man schließen könnte, dass Laststeigerungen möglich seien. Aufgrund der zuvor geführten exakteren Stabilitätsnachweise am Gesamtrahmen ergibt sich jedoch eindeutig, dass dies nicht möglich ist. Diese (in der Praxis noch immer geläufige) Nachweisführung liegt damit auf der unsicheren Seite, weil an den Rahmenecken in Wirklichkeit keine Gabellagerungen (und weiterhin auch keine starren Seitenlagerungen) vorhanden sind.

**Zusammenfassung**

Tabelle 3 fasst die wesentlichen Berechnungsergebnisse ( $\alpha_{cr,op}$  und Ausnutzungen u) vergleichend zusammen. Das „Allgemeine Verfahren“ nach [1], Kapitel 6.3.4 kann mit moderner Software auf der Basis einer räumlichen Stabilitätsanalyse praxistauglich, mit wenig numerischem Aufwand und einfach überschaubar angewendet werden. Es liefert durch die Anwendung an Gesamttragstrukturen realitätsnahe und wirtschaftliche Ergebnisse, was an dem Rahmenbeispiel gezeigt wurde. Je komplexer die 2D- oder 3D-Strukturen sind, desto mehr zeigt die Methodik ihre Stärken. Außerdem ist es nahezu ohne Einschränkungen, d.h. für alle Lagerungen, Vouten, konischen Träger und einfachsymmetrischen Querschnitte, auf beliebige Tragstrukturen anwendbar.

Die Nachweise nach Methode (c) als Ersatzstabverfahren mit den Nachweisformaten (6.54), (6.61) und (6.62) an aus dem Rahmen herausgeschnittenen gabelgelagerten Einzelstäben sind mit Aufnahme des „Allgemeinen Verfahrens“ in den Eurocode nicht mehr zu empfehlen. Das gemeinsame Tragverhalten zwischen Riegel und Stütze wird nicht korrekt erfasst. Die Abweichungen lassen sich ohne Vergleichsrechnungen am Gesamtsystem nicht beziffern und liegen vor allem auf der unsicheren Seite (15% für die hier maßgebende rechte Stütze). Lediglich dann, wenn die Allgemeine Methode (6.65) oder (6.66) unter Verwendung des minimalen Wertes  $\alpha_{cr,op}$  der Einzelstäbe auf alle Stäbe angewendet wird, ergibt sich im Vergleich zum Nachweis am kompletten Rahmen ein sicheres Ergebnis.

In [4] und [7] bis [9] werden anhand einfacher Stützen die „klassische“ Stabilitätsanalyse ([1], Kapitel 6.3.3) und das „Allgemeine Verfahren“ ([1], Kapitel 6.3.4) gegenübergestellt und gezeigt, dass nahezu identische Ergebnisse bzw. sogar etwas konservativere Ergebnisse nach 6.3.4 erzielt werden.

Über die Autoren kann kostenfrei ein Backgrounddokument mit allen Berechnungsdetails der Nachweise und die bei den Berechnungen benutzten ConSteel-Modelle angefordert werden.

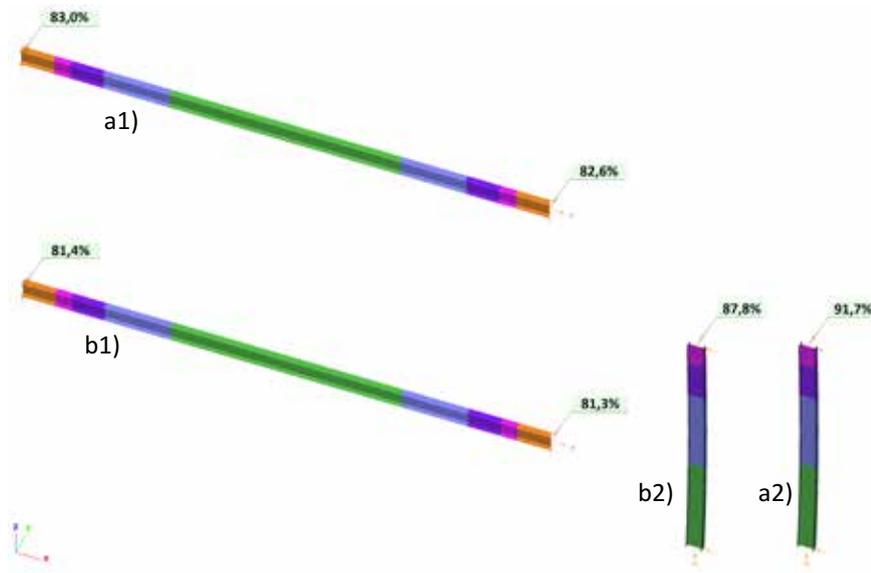


Bild 8: Verlauf der Ausnutzungen  $u_{6.3.2}$  bzw.  $u_{6.3.3}$  gemäß Nachweisformat 6.3.1 - 6.3.3  
 a1) Verfahren (b1): Ersatzstabnachweis des Riegels mit Nachweisformat (6.3.2)  
 a2) Verfahren (b1): Ersatzstabnachweis der Stütze mit Nachweisformat (6.3.3)  
 b1) Verfahren (c): Ersatzstabnachweis des Riegels mit Nachweisformat (6.3.2)  
 b2) Verfahren (c): Ersatzstabnachweis der Stütze mit Nachweisformat (6.3.3)

## Literaturverzeichnis

- [1] DIN EN 1993-1-1: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Deutsche Fassung EN 1993-1-1:2005 + AC:2009, DIN Deutsches Institut für Normung e. V.
- [2] DIN EN 1993-1-1/NA: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, DIN Deutsches Institut für Normung e. V.
- [3] Kommentar zu Eurocode 3, Band 1 (2014), Verlag Ernst & Sohn/Beuth
- [4<sup>1)</sup>] Papp, F., Rubert, A., Szalai, J.: DIN EN 1993-1-1-konforme integrierte Stabilitätsanalysen für 2D/3D Stahlkonstruktionen (Teil 1), Stahlbau 83 (2014), Heft 1, S. 1-15
- [5<sup>1)</sup>] Papp, F., Rubert, A., Szalai, J.: DIN EN 1993-1-1-konforme integrierte Stabilitätsanalysen für 2D/3D Stahlkonstruktionen (Teil 2), Stahlbau 83 (2014), Heft 2, S. 122-141
- [6<sup>1)</sup>] Papp, F., Rubert, A., Szalai, J.: DIN EN 1993-1-1-konforme integrierte Stabilitätsanalysen für 2D/3D Stahlkonstruktionen (Teil 3), Stahlbau 83 (2014), Heft 5, S. 325-342
- [7] Papp, F., Rubert, A., Szalai, J.: Räumliche Stabilitätsanalysen und Globale Stabilitätsnachweise nach DIN EN 1993-1-1, Bauingenieur 90 (2015), S. 469-477
- [8] Timmers, R., Wieser, A., Lener, G.: Untersuchungen zum Allgemeinen Nachweisverfahren gegen nach Biegedrillknicken nach EN 1993-1-1, Stahlbau 85 (2016), S. 558-564
- [9] Wagenknecht, G., Kiel, B.: Vergleich der Berechnungsverfahren für biegedrillknickgefährdete Bauteile nach Eurocode 3. Sonderdruck aus dem Tagungsband des Gießener Bauforums 2016, <http://www.consteelsoftware.com/de/veroeffentlichungen/wissenschaftlichepublikationen>
- [P1] ConSteel: Strukturanalyse und -design Software, [www.consteelsoftware.de](http://www.consteelsoftware.de)
- 1) Zusammenfassender Sonderdruck unter [www.consteelsoftware.de](http://www.consteelsoftware.de) als PDF erhältlich

### Schlüsselwörter /Keywords:

EC 3, DIN EN 1993-1-1, Stahl, Integrierte Methode, Allgemeine Methode, 3D Berechnung von stählernen Konstruktionen, Knicken, Biegedrillknicken, Stabilität, Kritische Lasten, Kritische Momente, Eigenwertanalyse, Eigenformanalyse, räumliche Biegetorsion 2. Ordnung, Wölbkrafttorsion

EC 3, DIN EN 1993-1-1, Steel structures, integrated method, general method, 3D structural analysis, buckling, lateral-torsional buckling, stability analysis, elastic critical load, elastic critical moment, eigenvalue and eigenshape analysis, 3D second order analysis, equivalent geometric imperfections, warping torsion



Prof. Dr.-Ing. Achim Rubert

HAWK  
 Hochschule für angewandte  
 Wissenschaft und Kunst (University  
 of Applied Sciences and Arts),  
 Hildesheim/Holzminde/Göttingen,  
 Fachgebiet Baustatik und Stahlbau  
[achim.rubert@hawk-hhg.de](mailto:achim.rubert@hawk-hhg.de)



Dipl.-Ing. Dirk Pollmann

[pollmann@ing-pollmann.de](mailto:pollmann@ing-pollmann.de)



M.Eng. Steffen Schäfer

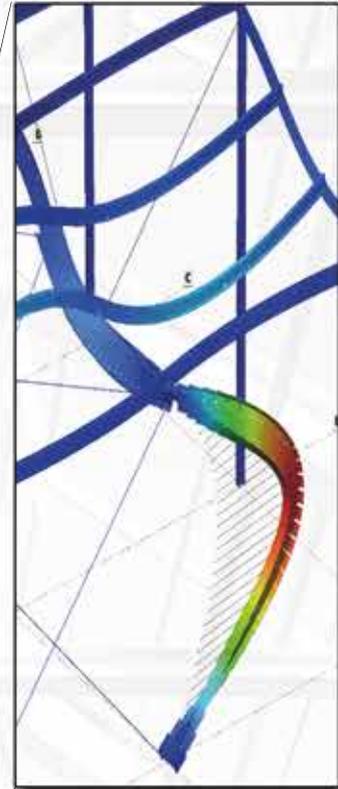
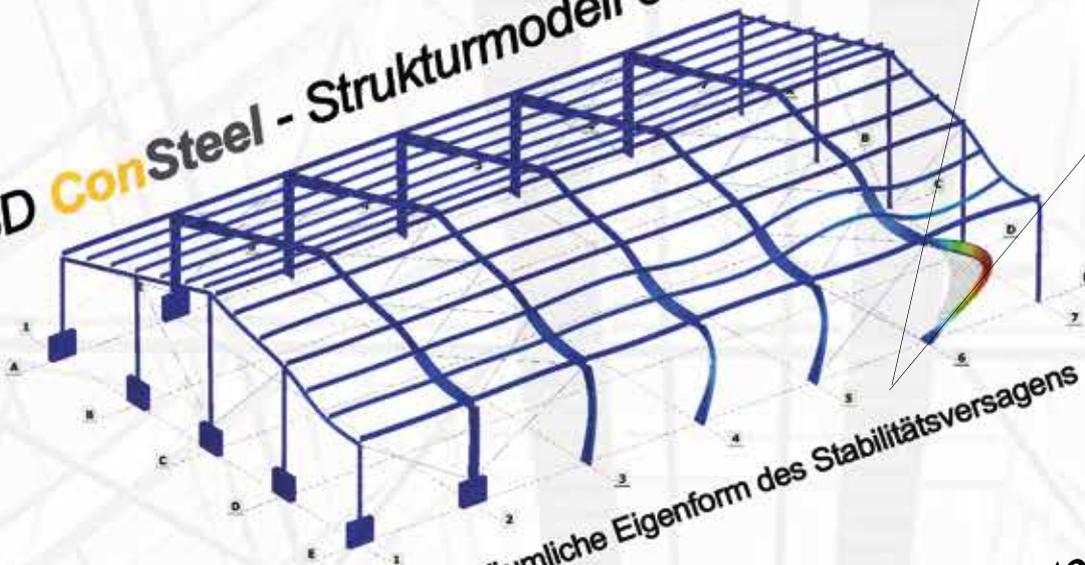
[schaefer@ing-pollmann.de](mailto:schaefer@ing-pollmann.de)  
[pollmann.ingenieure GmbH -  
 Ingenieurbüro für Tragwerksplanung  
\[www.ing-pollmann.de\]\(http://www.ing-pollmann.de\)](http://pollmann.ingenieure.de)

Mit der integrierten  
2D / 3D - Software

gewinnen Sie 100% EC basierend

↳ **Entwurfs**Freiheit  
↳ **Experten**Wissen  
↳ **Lösungs**Intelligenz

3D ConSteel - Strukturmodell einer Stahlhalle



Ausschnitt

Tragwerksplanung:  
 pollmann.ingenieure  
Ingenieurbüro für Tragwerksplanung

Globale räumliche Eigenform des Stabilitätsversagens

Jetzt:

- 30 Tage die komplette ConSteel - Software kostenfrei testen
- 7 Monate bedingungsfreie Rückgabe der ConSteel - Software mit Preiserstattung



[www.consteelsoftware.de](http://www.consteelsoftware.de)  
[info@consteelsoftware.de](mailto:info@consteelsoftware.de)